FÍSICA 2º DE BACHILLERATO
TEMA 3: MOVIMIENTO ONDULATORIO

1. Concepto y tipos de onda. Función de onda.
    1.1. Concepto y definición de onda.
    1.2. Tipos de ondas.
    1.3. Función general de onda.
2. Ondas armónicas. Magnitudes fundamentales. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales.
    2.1. Ondas armónicas.
    2.2. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales.
    2.3. Distintas formas de expresar la ecuación. Significado de sus magnitudes fundamentales y unidades en el SI.
    2.4. Velocidad y aceleración de las partículas oscilantes.
    2.5. Doble periodicidad de la ecuación de ondas.
    2.6. Fase y oposición de fase.
    2.7. Ondas bi y tridimensionales. Teorema de Fourier.
3. Energía transmitida por las ondas armónicas.
    3.1. Energía mecánica de las partículas oscilantes.
    3.2. Intensidad de una onda. Unidades.
    3.3. Atenuación. Relación entre la intensidad, amplitud y distancia al foco.
4. Fenómenos ondulatorios. Propagación. Difracción. Interferencias
    4.1. Principio de Huygens.
        4.1.1. Reflexión. Sus leyes.
        4.1.2. Refracción. Sus leyes.
        4.1.3. Difracción.
    4.2. Interferencias.
        4.2.1. Definición de interferencia. Principio de superposición.
        4.2.2. Deducción de la ecuación general para ondas idénticas
        4.2.3. Interferencias y difracción.
5. Ondas estacionarias.
    5.1. Definición.
    5.2. Deducción de la ecuación general. Condiciones de máximo y mínimo.
    5.3. Cuerdas vibrantes y tubos sonoros.
    5.4. Energía en las ondas estacionarias. Fenómenos de resonancia.
6. Cualidades del sonido. Nivel de intensidad sonora.
    6.1. Cualidades del sonido.
    6.2. Nivel de intensidad sonora. Umbral de audición y umbral de dolor.
7. El Efecto Doppler en las ondas sonoras.
8. Contaminación acústica. Ultrasonidos y sus aplicaciones.
    8.1. Contaminación acústica.
    8.2. Ultrasonidos y sus aplicaciones.

Autor: Luis A. Cordón Montón
Catedrático de Física y Química
IES “Sancho III el Mayor” (Tafalla)

1. Concepto y tipos de onda. Función de onda

1.1. Concepto y definición de onda

Al tirar una piedra a un estanque observamos crestas y valles de forma circular que se propagan por la superficie del agua. Si sacudimos una cuerda tensa por un extremo, vemos que la agitación se transmite a lo largo de la cuerda. En ambos casos se ha generado una *perturbación* que se transmite a otros puntos del medio material en el que se ha producido.

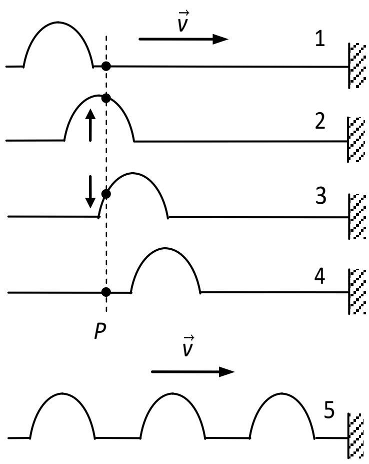
Si en la superficie del estanque en el que hemos lanzado la piedra colocamos un corcho, observamos que, al ser alcanzado por la perturbación, oscila subiendo y bajando pero no avanza con ella. Es evidente que el corcho, que estaba en reposo inicialmente, al ser atrapado por la perturbación adquiere momento lineal y energía. *La perturbación transporta momento lineal y energía, pero no transporta materia*.

Ocurre a menudo que al producir una perturbación en un lugar del espacio, consecuencia de la variación temporal de alguna magnitud física (una presión, una deformación...), ésta se propaga a otros puntos del espacio. La perturbación se llama ***onda*** *y su propagación en el medio es el* ***movimiento ondulatorio****. La fuente de la onda se denomina* ***foco emisor****.*

Cuando la onda se propaga en un medio material, son las fuerzas elásticas que se ejercen entre sí las partículas del medio las que hacen que la onda se propague.

No siempre que hay un transporte de energía sin transporte de materia existe una onda. Por ejemplo, al calentar una barra metálica en un extremo hay un transporte de energía térmica (por conducción), pero no una onda.

Si en una cuerda tensa (figura 1) damos una sacudida en uno de sus extremos, generamos una *única onda de perturbación* denominada ***pulso***, que se propaga por la cuerda con velocidad constante. Las partículas de la cuerda están en reposo hasta que son alcanzadas por el pulso (figuras 2 y 3). Una partícula de la cuerda, *P*, ejecuta un movimiento de oscilación vertical cuando es atrapada por la perturbación y cuando ésta pasa regresa a su posición de equilibrio (figura 4).



Si en la cuerda anterior damos *sacudidas idénticas* continuamente a intervalos de tiempo iguales; es decir, de forma periódica, se genera un *conjunto de pulsos iguales* que avanzan por la cuerda denominado ***tren de ondas periódico*** (figura 5).

Para mantener el tren de ondas hay que sacudir continuamente la cuerda; o sea, es necesario comunicar ininterrumpidamente energía a la misma.

1.2. Tipos de ondas

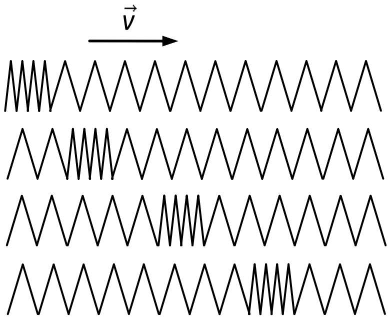
Las ondas se pueden clasificar de distintas formas según el criterio que se adopte. Existen ondas que necesitan un medio material para su propagación, pero también las hay que se pueden transmitir en el vacío. Éstas son creadas por campos electromagnéticos[1] oscilantes; y, cuando se desplaza la onda, existe una vibración

[1]Estudiaremos el campo electromagnético en el tema 5.

de los campos magnéticos y eléctricos asociados a ella. De lo dicho se desprende que se pueden clasificar las ondas según el **medio de propagación**; las que necesitan de un medio material (porque son partículas materiales las que oscilan) se denominan ***mecánicas*** (sonido, ondas en cuerdas, ondas sísmicas...) y las que se transmiten en el vacío son las ***electromagnéticas*** (luz, ondas de radio, microondas...).

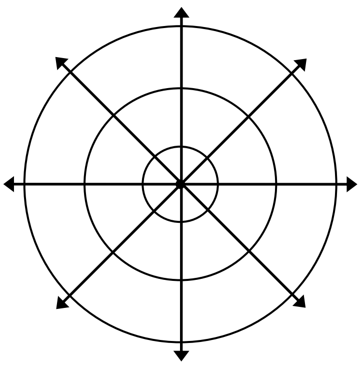
Las ondas pueden clasificarse también en función del **número de dimensiones** en las que se propagan. Así una onda que se transmite en una dimensión, como las ondas en cuerdas, es ***unidimensional***. Las que se propagan en dos, como las producidas en superficies de líquidos, son ***bidimensionales***. Por último, las que alcanzan todos los puntos del espacio, como el sonido o las ondas electromagnéticas, son ***tridimensionales***.

Las ondas bi y tridimensionales también se pueden clasificar atendiendo a la velocidad de propagación en las distintas direcciones en ***circulares***, ***elípticas***, … las bidimensionales y en ***esféricas***, ***elipsoidales***, … las tridimensionales. Por ejemplo, una onda bidimensional que se propague a la misma velocidad en todas las direcciones del plano, alcanzará en el mismo instante a todos los puntos del espacio situados en una circunferencia cuyo centro está en el punto emisor de la misma; es una onda ***circular*.**



Cuando una onda mecánica se propaga en un medio material, las partículas alcanzadas por la perturbación adquieren un movimiento de vibración alrededor de su posición de equilibrio, como el corcho que flota en el estanque cuando es alcanzado por la ola. Por ello se pueden clasificar las ondas de acuerdo a la **dirección de oscilación de las partículas,** en ***transversales*** cuando la vibración es perpendicular a la dirección de propagación de la onda y en ***longitudinales*** cuando vibran en la misma dirección de propagación. Las ondas en cuerda y las electromagnéticas[2] son transversales; las del sonido y las generadas en un largo muelle cuando se comprime o bruscamente (ver figura) son longitudinales.

Consideremos una onda periódica tridimensional. Para un pulso particular, podemos dibujar una superficie que pase por todas las partículas que tienen el mismo ***estado de vibración***[3] en un instante dado. Al pasar el tiempo, esta superficie se mueve hacia delante mostrando cómo se propaga el pulso; podemos dibujar superficies semejantes para los pulsos subsecuentes. Estas superficies se llaman ***frentes de onda***. La dirección de propagación de las ondas se indica mediante líneas orientadas perpendiculares a los frentes de onda, denominados ***rayos***.

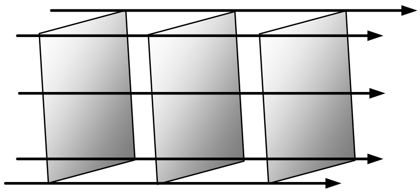


Si el foco de la perturbación es puntual y su velocidad es la misma en todas las direcciones, los frentes de ondas son esféricos y los rayos radiales. En el caso particular de ondas bidimensionales (como las generadas en la superficie del agua), estos frentes son círculos centrados en el foco de la perturbación, como muestra la figura. Un frente esférico localizado a gran distancia del foco puede considerarse plano y los rayos asociados a él paralelos; la razón es que al ser el radio de las

[2]Como los campos eléctrico y magnético asociados a ellas vibran perpendicularmente a la dirección de propagación, podemos considerarlas como transversales

[3]Dos partículas tienen el mismo estado de vibración cuando su separación de la posición de equilibrio (elongación), su velocidad y su aceleración, incluidos los signos, son iguales.

esferas muy grande, la curvatura de los frentes de onda es despreciable (figura).



En el caso más general los frentes de ondas no son esféricos, pues la velocidad de la onda no tiene porque ser la misma en todas las direcciones y la fuente no es generalmente puntual.

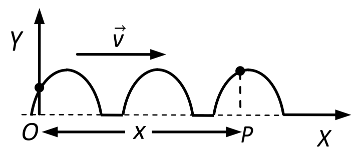
Cuando una perturbación se propaga por un medio material puede ocurrir que el medio no absorba energía de la onda; entonces decimos que el medio es ***elástico*** y en caso contrario que es ***inelástico***. Si la velocidad de la onda es independiente de la frecuencia de la misma, el medio es ***no dispersivo*** y ***dispersivo*** en caso contrario. Si la velocidad de la onda es la misma en cualquier dirección, el medio es ***isótropo*** y ***anisótropo*** en caso contrario. Finalmente, si en una determinada dirección dentro de un medio la densidad no es constante (medio no homogéneo), la velocidad de la onda, que depende de la densidad, varía en esa dirección.

La variedad de fenómenos ondulatorios que se observan en la Naturaleza es inmensa, pero muchas características son comunes a todos los tipos y muchas otras a una gran mayoría de ellos.

Con objeto de simplificar el estudio del movimiento ondulatorio, vamos a suponer que los medios materiales son elásticos, no dispersivos, isótropos y homogéneos. En este tema estudiaremos las ondas mecánicas, tomando como modelo las unidimensionales que se generan en una cuerda tensa. Muchos conceptos y resultados obtenidos son válidos para otros tipos de ondas, en particular para las electromagnéticas.

1.3. Función general de onda

Sea una cuerda tensa muy larga que tiene la dirección del el eje *OX* de un sistema de coordenadas. Supongamos que en el extremo izquierdo generamos, mediante sacudidas idénticas separadas a intervalos de tiempo iguales, un tren de ondas periódico que se propaga de izquierda a derecha, como se ve en la figura.



La elongación de la partícula de la cuerda situada en el origen de coordenadas en un instante *t* (esto es, su separación del eje *OX*) es una función del tiempo, *f(t)*. El problema que nos planteamos ahora es averiguar cómo ha de ser la función que describa la elongación de una partícula cualquiera de la cuerda *P*, situada a una distancia *x* del origen, en el mismo instante. Es evidente que si la onda se propaga a una velocidad constante *v* en el sentido positivo del eje *OX*, el tiempo que le cuesta alcanzar a la partícula *P* es,

$$t_p = x/v$$

por lo que *P* ejecuta el mismo movimiento que *O*, pero lo hace con un retraso t_p; esto es, la elongación de *P* en el instante *t* es la misma que la que tenía *O* en el instante anterior $t' = t - t_p$. En consecuencia, la función que da la elongación de *P* en *t*, $f_p(t)$, es de la forma,

$$f_p(t) = f(t') = f(t - t_p) = f(t - \frac{x}{v})$$

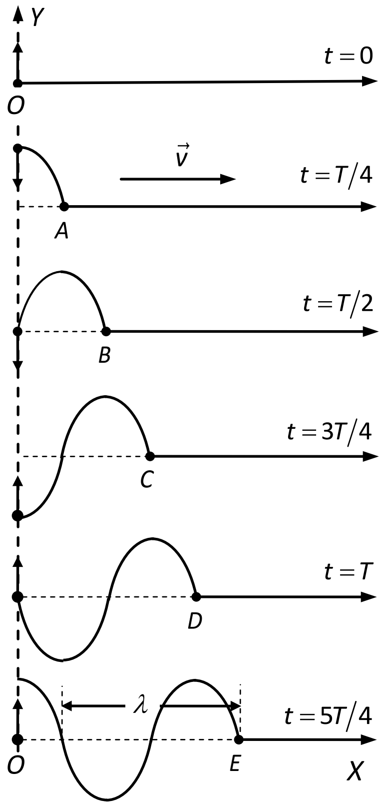
que recibe el nombre de ***función de onda***. Observa que para que una función describa adecuadamente *una perturbación que se desplaza* en el sentido positivo del eje, ha de contener el término $(t - x/v)$ agrupado; o sea, ha de ser una función de $(t - x/v)$. La función concreta *f* depende de cuál sea el movimiento vibratorio que ejecutan las partículas.

2. Ondas armónicas. Magnitudes fundamentales. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales

2.1. Ondas armónicas[4]

El tipo más básico y fundamental de onda es la generada por una partícula que oscila con un movimiento armónico simple y se propaga en una dimensión. Recibe el nombre de ***onda armónica unidimensional***.

Si en un extremo de una cuerda tensa se ejecuta un MAS, la onda generada es armónica unidimensional. Como ya se ha dicho, *siempre que sea conveniente, utilizaremos el modelo de las ondas armónicas que se propagan en una cuerda tensa*.



Sea una cuerda larga y tensa que tiene la dirección del eje *OX*, de modo que su extremo izquierdo coincida con el origen *O* del mismo. Aplicando una fuerza externa vertical a la partícula situada en el punto *O*, hagámosla vibrar con un MAS, como ilustra la figura. Esto da lugar, (gracias a las fuerzas elásticas del medio, que transmiten el mismo movimiento de una partícula a otra) a un *tren de ondas armónico unidimensional y transversal, que se desplaza a lo largo de la cuerda con velocidad constante*. Si empezamos a contar el tiempo cuando la partícula que está en el origen *O* se encuentra en su posición de equilibrio y moviéndose hacia arriba, tenemos (aplicando la ecuación del MAS deducida en el punto 6.2.1 del tema 1) que su elongación en función del tiempo es,

$$y = A \sin \omega t$$

Nota que se ha sustituido *x* por *y* en la ecuación porque el *MAS* se ejecuta en el eje *OY*. No aparece la constante de fase (φ) porque hemos empezado a contar el tiempo cuando el punto está en el origen y moviéndose en el sentido positivo (hacia arriba) y en estas condiciones $\varphi = 0$.

Al igual que *O*, todas las partículas de la cuerda oscilan a lo largo de su posición de equilibrio cuando son alcanzadas por la perturbación. Si el periodo del movimiento es *T*, repiten su posición, velocidad y aceleración cada *T* unidades de tiempo. En la figura, que muestra el aspecto de la cuerda a intervalos de tiempo de un cuarto de periodo (*T*/4), se ve que en el tiempo de un periodo la onda recorre una cierta distancia, denominada ***longitud de onda*** (λ). Por lo tanto, si *v* es la velocidad de propagación de la onda, denominada ***velocidad de fase***, se cumple que,

$$\lambda = vT$$

ya que la onda avanza con velocidad constante. Representando por *f* a la frecuencia de la oscilación y recordando que $f = 1/T$, la ecuación anterior se puede expresar como,

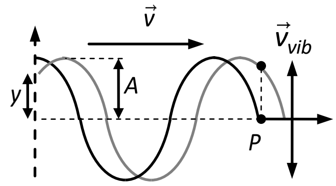
$$\lambda = v/f \Rightarrow \boxed{v = \lambda f}$$

---

[4] El nombre de "armónica" se debe a que, como veremos más adelante, la ecuación que describe a estas ondas contiene las funciones *seno* ó *coseno*, que reciben el nombre de *funciones armónicas*.

de donde se deduce que *la longitud de onda depende de la fuente a través de la frecuencia y de la naturaleza del medio a través de la velocidad.*

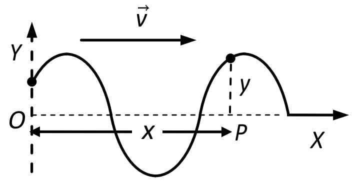
La amplitud (A) de la vibración de la partícula situada en O (foco de la onda) es también la ***amplitud de la onda*** generada, como se aprecia en la figura.



Es importante distinguir entre la velocidad de propagación de la onda (***velocidad de fase***) que es constante y la ***velocidad de vibración*** de las partículas en su movimiento de oscilación en torno a su posición de equilibrio (v_{vib}) que es variable. La figura muestra los dos movimientos en una onda transversal.

2.2. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales

En el caso de las ondas mecánicas se puede definir la ***ecuación de onda*** como *la expresión matemática que permite obtener la elongación de un partícula cualquiera del medio alcanzada por la onda en un instante arbitrario.*



Sea una onda armónica unidimensional que se propaga a lo largo de una cuerda tensa colocada en el eje OX, de modo que la vibración tiene lugar en el eje OY, como se ve en la figura. Como se ha visto en el punto 1.3, la elongación de la partícula O $(x=0)$ es una función del tiempo $f(t)$. Puesto que se trata de un *MAS*, si empezamos a contar el tiempo cuando está en su posición de equilibrio y moviéndose hacia arriba, la función es $f(t)=A\sin\omega t;$ por lo que la ecuación del movimiento de O queda,

$$y = A\sin\omega t \quad (\text{para } x=0)$$

donde A es la amplitud del movimiento y ω su frecuencia angular.

Como también se ha visto en el punto 1.3, una partícula arbitraria P, situada a una distancia x del origen, ejecuta exactamente el mismo movimiento que O cuando la perturbación la alcanza, sólo que lo hace con un retraso t_p. Si la onda se propaga a una velocidad v, el tiempo de retraso, que es el tiempo que le lleva a la onda recorrer la distancia x, es,

$$t_p = x/v$$

por lo tanto, la función que describe el movimiento de P es igual que la de O, pero sustituyendo t por $t' = t - t_p$. esto es,

$$f_p(t) = f(t') = f(t-t_p) = f(t-x/v) = A\sin\omega(t-x/v)$$

entonces, $$y = A\sin\omega\left(t - x/v\right)$$

es la ecuación del movimiento ondulatorio armónico unidimensional.

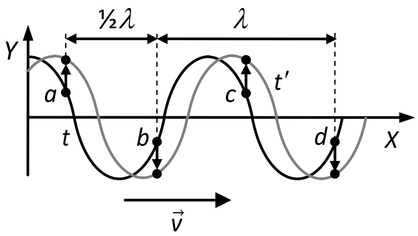
En realidad esta ecuación no es general; en efecto, sólo se cumple cuando se dan dos condiciones:

1. La onda se desplaza en el sentido positivo del eje OX. Si el desarrollo se hubiera hecho considerando un movimiento en el sentido negativo del eje, habríamos llegado a la misma ecuación, pero con un signo positivo en el paréntesis; o sea, $\omega(t + x/v)$.
2. Al empezar a contar el tiempo la partícula del punto O está en su posición de equilibrio y moviéndose hacia arriba (en el sentido positivo del eje OY). Si esta condición no se da, la constante de fase (φ) del *MAS* no es nula y hay que añadirla a la ecuación.

Así que la ecuación general de una onda unidimensional armónica que se mueve a lo largo del eje *OX* es,

$$y = A\sin\left[\omega\left(t \mp x/v\right) + \varphi\right] \quad (1)$$

donde el signo menos describe a las ondas que se desplazan en el sentido positivo del eje y el más a las que lo hacen en el negativo.



La figura muestra la representación gráfica de la elongación (y) respecto a la posición (x) en dos instantes próximos t y t'. En el caso particular de una onda propagándose en una cuerda, lo que vemos en la figura es lo que visualizaríamos realmente si tomásemos una fotografía instantánea de la cuerda en el instante t y otra en el instante t'.

De las partículas que en un instante dado se encuentran en el mismo estado de vibración (es decir, que tienen la misma elongación, velocidad y aceleración) *se dice que están en **fase***. Por su parte, *las partículas con la misma elongación, velocidad* y *aceleración, pero de signos contrarios, se dice que están en **oposición fase***.

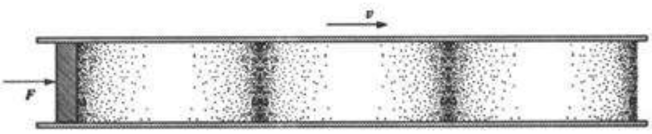
Recuerda que las partículas oscilantes llevan un MAS, por lo que se cumple que,

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2} \text{ y } a = -\omega^2 y$$

lo que implica que las partículas a y c de la figura tienen la misma elongación, velocidad (signo incluido, pues ambas se mueven hacia arriba al avanzar la onda) y aceleración; es decir, se encuentran en fase, lo mismo que b y d. Sin embargo, éstas se encuentran en oposición de fase con a y con c porque sus elongaciones, velocidades y aceleraciones son iguales pero con signos opuestos. Nota que, al avanzar la onda, las partículas a y c se mueven hacia arriba y las b y d hacia abajo.

Observa que de la simetría de la figura deduce que la mínima distancia entre dos partículas es λ cuando están en fase y $\lambda/2$ cuando están en oposición de fase.

Es importante destacar que $y(x, t)$ no representa en todas las ondas la elongación de las partículas. Por ejemplo, en las ondas sonoras lo que se propagan son *sobrepresiones* y *depresiones* longitudinales del medio que transporta el sonido. En este caso es más cómodo medir variaciones de presión que desplazamientos de partículas, por este motivo se suelen expresar las magnitudes de la acústica física en función de la presión. Si una onda sonora es armónica (por ejemplo, las originadas por un diapasón), la presión también varía de forma armónica y la ecuación de ondas se expresa como,



$$\Delta p = \Delta p_{max}\sin\left[(\omega t \mp kx) + \varphi\right]$$

donde Δp representa la sobrepresión o depresión local en torno a un punto x y Δp_{max} la sobrepresión máxima. La figura muestra una onda sonora unidimensional en un tubo con gas en su interior (por ejemplo, aire) generada por un émbolo móvil. Si el émbolo ejecuta un MAS, entonces se producen zonas de sobrepresión (las oscuras) y depresión (las claras) que se desplazan a lo largo del tubo y producen la sensación de sonido cuando alcanzan el oído de una persona.

2.3. Distintas formas de expresar la ecuación. Significado de sus magnitudes fundamentales y unidades en el SI

La ecuación de ondas no suele venir escrita como aparece en la ecuación (1). Vamos a deducir las formas más habituales en las que se suele expresar.

Utilizando la relación $\omega = 2\pi/T$ y sacando factor común a 2π en el paréntesis del

2º miembro de la ecuación (1), tenemos,

$$\left.\begin{array}{r}\omega(t\mp x/v)=(\omega t\mp\omega x/v)\\ \omega=2\pi/T\end{array}\right\}\Rightarrow\ 2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{vT}\right)$$

pero λ = vT, por lo que,

$$2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{vT}\right)=2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)$$

así que la ecuación de ondas se puede expresar en función del periodo (T) y la longitud de onda (λ) como,

$$\boxed{y=A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]}$$

Si en esta ecuación metemos el término 2π en el paréntesis y tenemos en cuenta que $\omega=2\pi/T$, queda que,

$$\left.\begin{array}{r}2\pi\left(t/T\mp x/\lambda\right)=\left(2\pi t/T\mp 2\pi x/\lambda\right)\\ \omega=2\pi/T\end{array}\right\}\Rightarrow\left(\omega t\mp\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

pero haciendo $k=2\pi/\lambda$, donde el parámetro k recibe el nombre de ***número de ondas***, llegamos a,

$$\left.\begin{array}{r}\left(\omega t\mp 2\pi x/\lambda\right)\\ k=2\pi/\lambda\end{array}\right\}\Rightarrow\left(\omega t\mp kx\right)$$

y la ecuación se puede escribir en función de la frecuencia angular (ω) y del parámetro (k) como,

$$\boxed{y=A\sin\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]}$$

que es la forma más habitual de encontrarla.

También es posible expresar las ecuaciones en función del coseno. En efecto, partiendo de la ecuación de onda general (1), como $\sin\alpha=\cos(\alpha-\pi/2)$ si hacemos,

$$\alpha=\omega\left(t\mp x/v\right)+\varphi$$

Llegamos a,

$$\sin\left[\omega\left(t\mp x/v\right)+\varphi\right]=\cos\left[\omega\left(t\mp x/v\right)+\varphi-\pi/2\right]$$

que se puede escribir como,

$$\cos\left[\omega\left(t\mp x/v\right)+\varphi'\right]\quad\text{con}\quad\varphi'=\varphi-\pi/2$$

Así que la ecuación (1) toma la forma,

$$y=A\cos\left[\omega\left(t\mp x/v\right)+\varphi'\right]$$

Y las ecuaciones expresadas en función de T y λ por un lado y en función de ω y k por el otro son,

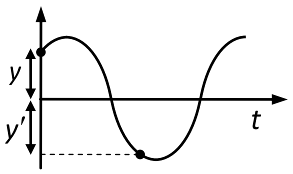
$$\boxed{y=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi'\right]}\ \text{y}\ \boxed{y=A\cos\left[(\omega t\mp kx)+\varphi'\right]}$$

Es fácil comprobar que al expresar las ecuaciones en función del coseno, el valor de φ'= 0 se da *si comenzamos a contar el tiempo cuando la partícula situada en el punto* x = 0 *tiene su máxima elongación positiva*; esto es, cuando $y(x = 0) = +A$. Para comprobarlo basta con hacer cero a t y a x en cualquiera de las dos ecuaciones.

Es importante que recordemos el significado y las unidades en el SI de las magnitudes que aparecen en las distintas expresiones de la ecuación de ondas. Son las siguientes:

- y (***elongación***; *m*), separación de una partícula oscilante del medio de su posición de equilibrio en un instante dado, con signo positivo si está por encima de O y con negativo en caso contrario. Sólo para ondas mecánicas.
- A (***amplitud***; *m*), valor máximo de la elongación positiva.
- ω (***frecuencia angular*** *o* ***pulsación***; *rad/s*).
- k (***número de ondas***; *rad/m*), expresa el número de longitudes de onda que "caben" en un longitud igual a 2π.
- $(\omega t \mp kx)+\varphi$ (***fase***; *rad*), es el argumento de la función trigonométrica de la ecuación de onda armónica.
- φ ó φ' (***fase inicial***; *rad*), sus valores dependen de la posición de la partícula situada en el punto $x=0$ cuando empezamos a contar el tiempo.
- T (***periodo***; *s*), tiempo que le lleva a una partícula dar una oscilación completa.
- f (***frecuencia***; *Hz*), número de oscilaciones que completa una partícula oscilante en una unidad de tiempo.
- λ (***longitud de onda***; *m*), distancia recorrida por la onda en un periodo; o bien, distancia mínima entre dos partículas con el mismo estado de vibración.

2.4. Velocidad y aceleración de las partículas oscilantes



Las partículas oscilan en el eje *OY*, de modo que la elongación de cualquiera de ellas en un instante particular coincide con su posición en el eje *OY* en ese instante, como se ve en la figura. Como la velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo y la ecuación de la onda expresa la elongación (posición) en función de *t* y de *x*, obtenemos la velocidad derivando la ecuación de ondas respecto al tiempo; esto es,

$$v_{vib}=\frac{dy}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\left[A\sin(\omega t\mp kx)+\varphi\right]\right]$$

donde A (amplitud), ω (frecuencia angular), k (número de ondas) y φ (fase inicial) son constantes y x se comporta como si lo fuera, porque no depende de t. Por lo tanto, recordando $(\sin u)'=\cos u\cdot u'$, tenemos (haciendo $u=\omega t-kx$) que,

$$\boxed{v_{vib}=\omega A\cos\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]}\quad \text{pues}\quad u'=\omega$$

Y como la aceleración es la derivada de la velocidad respecto al tiempo,

$$a=\frac{dv_{vib}}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\omega A\cos\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]\right]\ \Rightarrow\ \boxed{a=-\omega^2 A\sin\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]}$$

ya que $(\cos u)'=-\sin u$. Observa que, al ser $y=A\sin\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]$, se tiene que,

$$a=-\omega^2 y$$

lo cual no sorprende porque las partículas oscilas con un *MAS* y sabemos que en este movimiento se cumple la ecuación.

Nota que dos partículas con la misma posición tienen la misma aceleración, por lo que siempre que la elongación repite su valor también lo hace la aceleración.

2.5. Doble periodicidad de la ecuación de ondas

La ecuación de ondas es doblemente periódica: respecto al tiempo (es decir, se repite a intervalos de tiempo iguales) y respecto al espacio (o sea, se repite cada vez que se recorre una distancia determinada).

Para probar la doble periodicidad consideraremos una onda armónica propagándose en el sentido positivo del eje *OX* cuya fase inicial es cero y utilizaremos la ecuación,

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Periodicidad temporal

Las elongaciones de una partícula situada en un punto arbitrario x en los instantes t y $t' = t + nT$ donde $n \in \mathbb{Z}$ y T es el periodo del *MAS*, son,

$$y(x,\,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{e} \quad y(x,\,t') = A\sin 2\pi\left(\frac{t+nT}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

reordenando el 2º miembro de la 2ª ecuación,

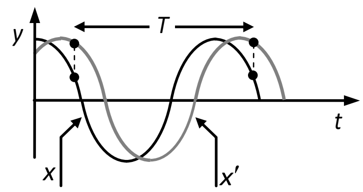
$$y(x,\,t') = A\sin\left(\frac{2\pi t + 2n\pi T}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + 2n\pi\right]$$

y como $\sin\alpha = \sin(\alpha + 2n\pi)$, haciendo $\alpha = 2\pi(t/T - x/\lambda)$, queda,

$$y(x,\,t') = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y(x,\,t) = y(x,\,t')$$

Así que, queda probado *que las ondas armónicas son periódicas en el tiempo porque el valor de la elongación de cualquier partícula en un instante arbitrario toma el mismo valor cada vez que transcurre un intervalo de tiempo de un periodo* (*T*).

La figura, que muestra la representación gráfica de la elongación respecto al tiempo de dos partículas próximas situadas en los puntos x y x', justifica la periodicidad temporal. En efecto, se ve que el intervalo de tiempo (periodo) que tiene que transcurrir para que las dos partículas arbitrarias x y x' repitan su elongación es el mismo.



Periodicidad espacial

Las elongaciones de dos partículas situadas en dos puntos x y $x' = x + n\lambda$ (donde $n \in \mathbb{Z}$ y λ es la longitud de onda), en un instante dado t son,

$$y(x,\,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{y} \quad y(x',\,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+n\lambda}{\lambda}\right)$$

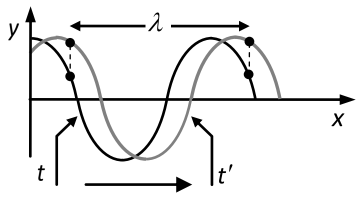
reordenando el 2º miembro de la 2ª ecuación,

$$y(x,t') = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x + 2n\pi\lambda}{\lambda}\right) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - 2n\pi\right]$$

Como $\sin\alpha = \sin(\alpha - 2n\pi)$, haciendo $\alpha = 2\pi(t/T - x/\lambda)$, queda,

$$y(x',\,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y(x,\,t) = y(x',\,t)$$

Por lo tanto, *una onda armónica es periódica en el espacio porque el valor de la* *elongación de dos partículas arbitrarias separadas una distancia de una longitud de onda (λ), o un múltiplo de ésta, son iguales.*



La figura, que muestra la representación gráfica de la elongación respecto a la posición en dos instantes próximos *t* y *t′*, justifica que es periódica espacialmente. En efecto, en un instante dado todas las partículas separadas una o varias longitudes de onda (esto es, una distancia $n\lambda$) tienen la misma elongación, por lo que λ es el "periodo espacial" de la onda.

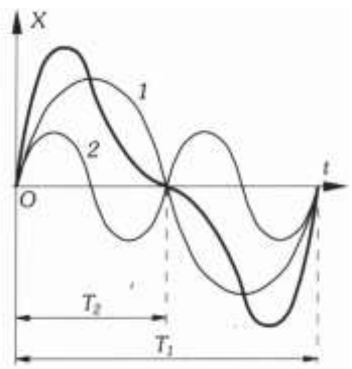
2.6. Partículas en fase y en oposición de fase

En el punto 2.2 se ha explicado qué se entiende por partículas que están en fase y en oposición de fase. En el 2.3 hemos visto que la fase de la ecuación de ondas es el argumento (el ángulo) de la función trigonométrica de dicha ecuación.

La ecuación de ondas y la de la aceleración son funciones del seno, mientras que la de la velocidad es una función del coseno. Estas funciones se repiten cada vez que la fase varía en $2n\pi$ *rad* (donde $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$) y mantienen su valor absoluto cambiando de signo cuando la fase cambia en $m\pi$ *rad* ($m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \ldots$).

Por lo tanto *concluimos que dos partículas oscilan en fase cuando su diferencia de fase es de $2n\pi$ rad y lo hacen en oposición de fase cuando su diferencia de fase es de $m\pi$ rad.*

2.7. Ondas armónicas bi y tridimensionales. Teorema de Fourier



Para ondas armónicas bi o tridimensionales la ecuación tiene la misma forma si consideramos un punto del medio localizado en el eje *OX*. En estos casos la amplitud de la onda (*A*) disminuye a medida que nos alejamos del foco[5], lo que no ocurre en ondas unidimensionales si el medio es elástico.

Es importante destacar que las ondas armónicas, ya sean mono di o tridimensionales, son tan importantes porque, de acuerdo con el teorema de Fourier, *cualquier onda periódica no armónica de frecuencia f se puede expresar como la superposición de varias ondas armónicas de frecuencias f, 2f, 3f*... La figura muestra un sencillo ejemplo; la línea más gruesa representa un movimiento periódico no armónico de frecuencia *f* como la superposición de dos movimientos armónicos de frecuencias *f* y 2*f*.

3. Energía transmitida por las ondas armónicas

Como ya se explicó en el punto 1.1, todo movimiento ondulatorio transporta energía sin transporte de masa. Basta tirar una piedra a un estanque de agua en reposo con un pequeño cuerpo flotando para comprobarlo. Cuando la onda alcanza la posición del cuerpo, éste se pone a oscilar verticalmente (adquiere energía) pero no avanza con la perturbación.

En principio utilizaremos el modelo de ondas armónicas unidimensionales propagándose en una cuerda tensa. Después generalizaremos a ondas esféricas tridi-

[5] Justificaremos que esto es así en el próximo punto.

mensionales, que son las más importantes por ser un buen modelo de las más habituales.

3.1. Energía mecánica de las partículas oscilantes

Sea una cuerda tensa orientada en el eje OX por la que se propaga una onda armónica en el sentido positivo. Cuando una partícula de la cuerda es alcanzada por la perturbación vibra con un *MAS* y, por lo tanto, adquiere una energía mecánica (E_m) constante[6] (cinética y potencial elástica); o sea, tenemos que,

$$E_m = E_c + E_p = ½mv_{vib}^2 + ½ky^2 = cte$$

donde m es la masa, v_{vib} la velocidad de oscilación en un instante arbitrario t, y la elongación en ese mismo instante y k la constante de la fuerza elástica que hace oscilar a la partícula. La energía es constante porque, como ya sabemos, la fuerza elástica es conservativa. De la ecuación se deduce que la partícula tiene energía potencial nula cuando está en la posición de equilibrio $(y=0)$. Así que, en esta posición, la energía cinética y la magnitud de la velocidad de vibración son máximas; es decir,

$$\left.\begin{aligned} E_m = E_c(y=0) + E_p(y=0) \\ E_p(y=0) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_m = E_c(y=0) = E_c(max) = ½mv_{max}^2$$

donde v_{max} es la velocidad máxima de vibración (independientemente del signo[7]).

Hemos visto que la velocidad de oscilación de las partículas es,

$$v_{vib} = \omega A\cos(\omega t - kx)$$

La velocidad de oscilación es máxima cuando $\cos(\omega t - kx) = 1$, así que, $v_{max} = \omega A$.

Pero, $\omega = 2\pi f \Rightarrow v_{max} = 2\pi fA$

donde f es la frecuencia, por lo que la energía de la partícula oscilante en función de f y de A es,

$$\left.\begin{aligned} E_m &= ½mv_{max}^2 \\ v_{max} &= 2\pi f A \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{E_m = 2\pi^2 mf^2A^2} \quad (1)$$

que expresa que *la energía que transportan las ondas armónicas es directamente proporcional al cuadrado de su frecuencia y al de su amplitud*[8].

Esto es cierto para todas las ondas armónicas, aunque sean bi o tridimensionales. Incluso se cumple para las ondas electromagnéticas, a pesar de que éstas se propagan en el vacío y, por lo tanto, no hay partículas oscilantes.

La energía que suministra el foco de la perturbación es la que se propaga por la cuerda. *Si el agente está continuamente sacudiendo la cuerda, entonces la onda transporta energía de forma continua*.

---

[6] La energía es constante sólo si el medio es perfectamente elástico.

[7] La velocidad es positiva cuando la partícula pasa por la posición de equilibrio moviéndose hacia arriba (sentido positivo del eje *OY*), pero es negativa si se mueve hacia abajo.

[8] Recuerda que obtuvimos una ecuación idéntica en el punto 6.4 del tema 1 (Energía mecánica del *MAS*). En realidad se trata de la misma ecuación, sólo que deducida de un modo diferente; lo que no sorprende porque las partículas que son alcanzadas por una onda armónica oscilan con un *MAS*.

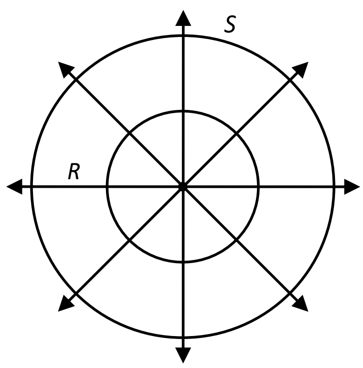
Puesto que la cuerda no es un medio perfectamente elástico, a medida que avanza la onda, parte de la energía transmitida se pierde por rozamientos internos. De acuerdo con la última ecuación, para que la energía de las partículas se atenúe es necesario que disminuya la amplitud o la frecuencia; pero como la frecuencia viene impuesta por el foco (que es el punto origen de la onda), ha de disminuir la amplitud. Por lo tanto, *la amplitud de las partículas de la cuerda es menor a medida que nos alejamos del foco.*

3.2. Intensidad de una onda. Unidades.

Se ha dicho que el movimiento ondulatorio transporta energía. Un concepto importante relacionado con la energía transportada por las ondas tridimensionales es el de *intensidad*.

Se define la ***intensidad*** (I) *de una onda tridimensional en un punto* como *la energía promedio que fluye por unidad de tiempo y de área a través de una superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda en ese punto.*

Sea, por ejemplo, un foco puntual de ondas armónicas tridimensionales en un medio *elástico*, *homogéneo* e *isótropo*. De este modo nos aseguramos de que la perturbación se propaga con la misma velocidad en todas las direcciones y de que el medio no absorbe energía. En este caso la perturbación alcanza en el mismo instante a todos los puntos situados a la misma distancia del foco (esto es, los frentes de onda son esféricos) y, además, la energía de todas las partículas del frente de ondas es la misma (es decir, la energía se distribuye uniformemente por todo el frente); la figura muestra una sección plana de estos frentes de onda.



Supongamos que la cantidad de energía que atraviesa la superficie esférica de radio R y área S de la figura en el intervalo de tiempo t es E. Entonces el *cociente E/t expresa la energía promedio que fluye a través de S por unidad de tiempo*; que, por definición, no es más que la potencia media. Como la energía que fluye por S es la que emite el foco emisor de la onda (pues no queda almacenada en el medio), *el cociente E/t es también la potencia media del foco emisor* (P_e); es decir,

$$P_e = E/t$$

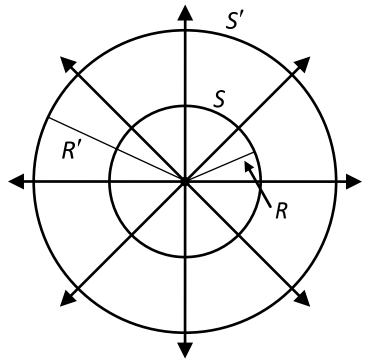
Puesto que la energía se distribuye uniformemente por toda la superficie S, el cociente P_e/S expresa *la energía promedio*[9] *que fluye a través de S por unidad de tiempo y por unidad de área*; que por definición es la intensidad (I); por lo tanto,

$$\boxed{I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{P_e}{S}} \quad (2)$$

Si tenemos en cuenta que la potencia se mide en vatios (W) en el SI, la unidad de intensidad es el W/m^2 en el SI

[9] Es la energía promedio porque la energía que fluye a través de *S* por unidad de tiempo no es constante (cambia de un instante a otro). Sin embargo, como la energía que fluye a través de *S* durante un periodo es siempre la misma, el intervalo de tiempo que aparece en la ecuación (2) ha de ser el periodo o un múltiplo de éste.

3.3. Atenuación. Relación entre la intensidad, amplitud y distancia al foco



La intensidad de las ondas esféricas disminuye al aumentar su distancia al foco emisor por razones puramente geométricas. En efecto, si la energía de la onda esférica de la figura que atraviesa la superficie S en el tiempo t es E, entonces la intensidad en cualquier punto de la superficie es,

$$I = E/t \cdot S$$

como S es una esfera de radio R, $S = 4\pi R^2$; por lo tanto,

$$I = \frac{E/t}{S} = \frac{E/t}{4\pi R^2} \Rightarrow E = 4\pi R^2 I t$$

Análogamente, la energía E' que atraviesa la superficie S' de radio R' en el mismo intervalo de tiempo es,

$$E' = 4\pi R'^2 I' t$$

donde I' es la intensidad de la onda en cualquier punto de S'. Ahora bien, como la energía no se almacena en el medio de propagación, la que atraviesa las superficies S y S' en el mismo intervalo de tiempo arbitrario t es la misma; es decir,

$$E = E' \Rightarrow 4\pi R^2 I t = 4\pi R'^2 I' t \Rightarrow I R^2 = I' R'^2 \Rightarrow I R^2 = cte \Rightarrow I \propto 1/R^2 \quad (3)$$

que también se puede expresar como,

$$\boxed{\frac{I}{I'} = \frac{R'^2}{R^2} = cte} \quad (4)$$

es decir, l*a intensidad de las ondas esféricas decrece proporcionalmente con el cuadrado de la distancia al foco por razones puramente geométricas. Este fenómeno se denomina* ***atenuación****.*

La ecuación (1) $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$ muestra que la energía que transporta una onda, para una frecuencia particular, es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud. Y de la ecuación $I = E/t \cdot S$ se obtiene que, para un intervalo de tiempo t y una superficie de área S cualesquiera, I es directamente proporcional a E; es decir, tenemos que,

$$\left.\begin{array}{l} E \propto A^2 \\ E \propto I \end{array}\right\} \Rightarrow I \propto A^2 \Rightarrow \frac{I}{A^2} = \frac{I'}{A'^2} \Rightarrow \boxed{\frac{I}{I'} = \frac{A^2}{A'^2} = cte} \quad (5)$$

donde A y A' son, respectivamente, la amplitud de la onda en cualquier punto de S'. Es decir, *la intensidad de una onda esférica es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud.*

Combinando las ecuaciones (4) y (5), tenemos que,

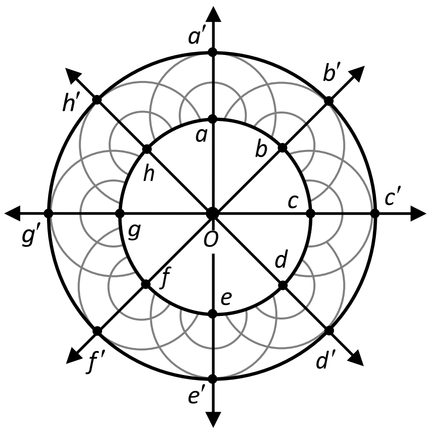
$$\boxed{\frac{I}{I'} = \frac{R'^2}{R^2} = \frac{A^2}{A'^2}}$$

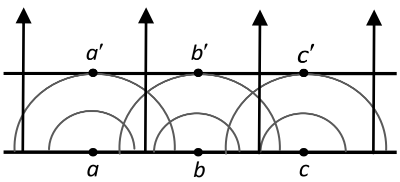
ecuación que relaciona la intensidad y la amplitud en un punto con la distancia de dicho punto al foco. De la ecuación se deduce que,

$$\frac{R'}{R} = \frac{A}{A'} \Rightarrow AR = cte$$

es decir, que la amplitud decrece proporcionalmente con la distancia al foco (y no con la distancia al cuadrado, como podría parecer).

4. FENÓMENOS ONDULATORIOS. PROPAGACIÓN. DIFRACCIÓN. INTERFERENCIAS.





4.1. Principio de Huygens

La propagación de las ondas se describe matemáticamente con la ecuación de ondas. Sin embargo, mucho antes del desarrollo de esta ecuación, Christiaan Huygens (1629-1695) ideó un método geométrico que permite conocer el frente de ondas en un instante particular conocido el frente de ondas en un instante anterior; es decir, nos dice cómo se propaga la onda y, además, explica algunas propiedades de las ondas tales como la ***reflexión***, la ***refracción*** y la ***difracción***. Así, en 1678 estableció lo que se conoce como ***principio de Huygens***, que dice:

Cada punto de un frente de ondas puede considerarse como un foco de nuevas ondas elementales secundarias que se propagan con la misma velocidad y frecuencia que la onda inicial; las envolventes de las ondas secundarias son, a su vez, nuevos frentes de la onda principal.

Las figuras ilustran la propagación de un frente de ondas esférico y de otro plano utilizando este método. La onda alcanza los puntos *a*, *b*, *c*,... que vibran en fase y forman un frente de ondas. Cada uno de esos puntos genera ondas secundarias[10] que llegan, al cabo de un cierto intervalo de tiempo, a los puntos *a′*, *b′*, *c′*,... y cuya envolvente, que es esférica en el primer caso y plana en el segundo, es el nuevo frente de ondas.

Huygens ignoró en su representación gráfica que las ondas secundarias se pueden propagar en todas las direcciones: en la del movimiento y en contra del movimiento. Esta dificultad fue resuelta por Augustin Jean Fresnel (1788-1827) al demostrar matemáticamente que las ondas en retroceso tienen energía nula y, por tanto, no existen. Así se explica que las ondas elementales no se propaguen hacia atrás, siendo solamente activas en el sentido de propagación del movimiento. Más tarde Kirchoff demostró que el principio de Huygens es una consecuencia de la ecuación de ondas.

4.1.1. Reflexión. Sus leyes

La ***reflexión*** es un fenómeno típico de cualquier tipo de ondas y puede definirse como *el cambio de dirección dentro del mismo medio que experimentan las ondas al incidir sobre una superficie de separación de dos medios.*

Experimentalmente se comprueban las dos leyes siguientes de la reflexión (leyes de Snell para la reflexión):

a) *La dirección de propagación de la onda incidente, de la onda reflejada y de la recta normal a la superficie de contacto están en el mismo plano.*

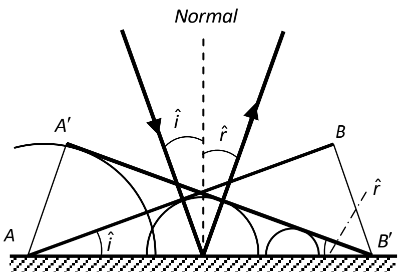
b) *El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal, ángulo de incidencia (i), es igual al ángulo que forma la dirección de*

[10] Los frentes de onda de las ondas elementales son esféricos sólo si el medio es homogéneo es isótropo. Si no fuera así, la velocidad cambiaría de una dirección a otra.

propagación de la onda reflejada con la recta normal, ángulo de reflexión (r).

$$\boxed{\hat{i} = \hat{r}}$$

El principio de Huygens permite deducir las leyes de la reflexión. Consideremos un frente de ondas plano *AB* que llega con una cierta inclinación a una superficie que no puede atravesar, como se ve en la figura. Cuando el punto *A* del frente llega a la superficie, el punto *B* está a una distancia *BB′* de la misma. En ese instante, el punto *A* se convierte en emisor de ondas secundarias y lo mismo ocurre con el resto de los puntos del frente de ondas *AB*, según llegan a la superficie. Cuando el punto *B* llegue a la superficie, las ondas emitidas por los puntos anteriores originan un nuevo frente de ondas cuya envolvente *A′B′* es la onda reflejada.



Al volver la onda por el mismo medio, su velocidad de propagación no se modifica, por lo que las distancias *AA′* y *BB′* son iguales, al ser recorridas en el mismo tiempo. Por lo tanto, los ángulos $\hat{i}$ y $\hat{r}$ son iguales (por que los triángulos *ABB′* y *B′A′A* son rectángulos con dos de sus lados iguales, *AA′* y *B′B* por un lado y *AB′*, que es común para los dos, por el otro).

Por otra parte, de la construcción geométrica de la figura se deduce que los rayos incidente y reflejado y la normal se encuentran en el mismo plano.

4.1.2. Refracción. Sus leyes

Otra propiedad típica de las ondas es la ***refracción***, que se define como *el cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio a otro en el que se modifica su velocidad de propagación.*

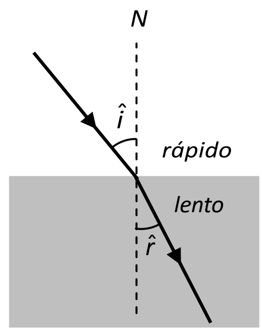
Experimentalmente se comprueban las dos leyes siguientes (leyes de Snell para la refracción):

a) *Las direcciones de propagación de la onda incidente, de la refractada y de la normal a la superficie de separación de los dos medios en el punto de contacto están en el mismo plano*.

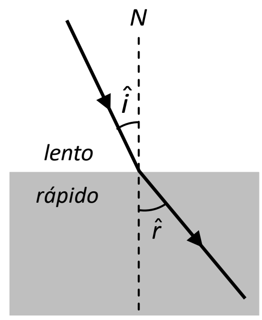
b) *La relación que existe entre el seno del ángulo de incidencia* (el que forma la onda incidente con la normal, $\hat{i}$) *y el seno del ángulo de refracción* (el que forma la onda refractada con la normal, $\hat{r}$) *es la misma que la que existe entre las velocidades de propagación de la onda entre los dos medios*; es decir,

$$\boxed{\frac{\sin\hat{i}}{\sin\hat{r}} = \frac{v_i}{v_r}}$$

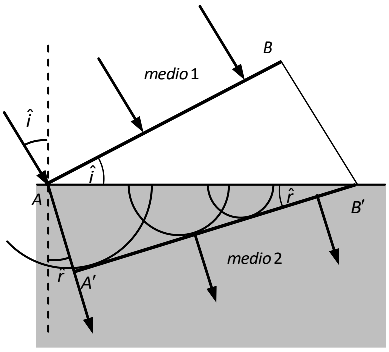
donde v_i es la velocidad de la onda en el medio incidente y v_r la velocidad en el medio refractado.



De la segunda ley se deduce que cuando la onda accede a un medio por el que se propaga más despacio, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia (la dirección de propagación se acerca a la normal). En caso contrario, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia (la dirección de propagación se aleja de la normal). Las dos figuras muestran ambas situaciones.



Aplicando el principio de Huygens se pueden deducir las leyes de la refracción. Supongamos que un frente de ondas plano *AB* viaja por el medio 1 con velocidad de propagación v_i, como se ve en la figura de la página siguiente, y que pasa al



medio 2 por el que se propaga con una velocidad v_r, menor que v_i. Al alcanzar el frente el punto *A* (que es un punto de la superficie de separación de los dos medios) el punto *B* está a una distancia *BB′* de la misma. En ese instante, el punto *A* se convierte en emisor de ondas secundarias y lo mismo ocurre con el resto de los puntos del frente de ondas *AB*, según llegan a la superficie. Cuando el punto *B* alcance la superficie, las ondas emitidas por los puntos anteriores originan un nuevo frente de ondas cuya envolvente *A′B′* es la onda refractada.

Mientras que el punto *A* se traslada a *A′* el *B* lo hace hasta *B′*, pero como v_r es menor que v_i, la distancia *AA′* es menor que la *BB′*, por lo que el frente de ondas ha cambiado de dirección acercándose la dirección de propagación a la recta normal. De la figura se deduce,

$$BB' = v_i t; \quad AA' = v_r t; \quad \sin\hat{i} = \frac{BB'}{AB'} \quad y \quad \sin\hat{r} = \frac{AA'}{AB'}$$

Dividiendo miembro las dos últimas expresiones obtenemos que,

$$\sin\hat{i} / \sin\hat{r} = BB' / AA'$$

y combinándola con las dos primeras ecuaciones, llegamos a la segunda ley de Snell de la refracción,

$$\frac{\sin\hat{i}}{\sin\hat{r}} = \frac{v_i}{v_r}$$

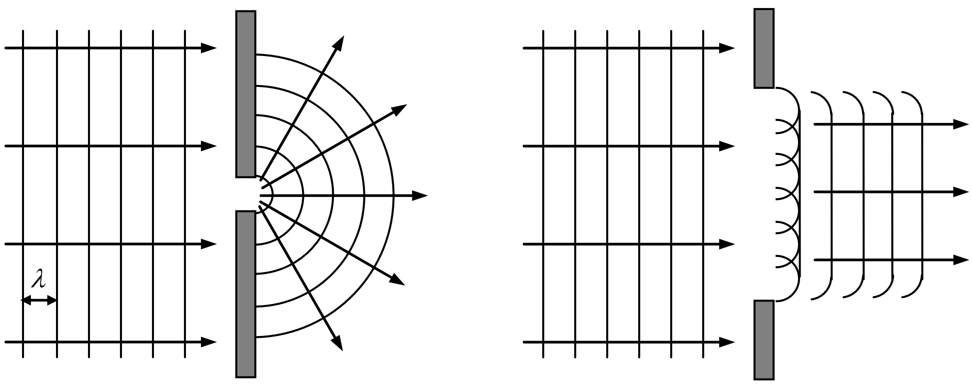
Igual que en la reflexión, de la construcción geométrica de la figura se deduce que los rayos incidente y refractado y la normal se encuentran en el mismo plano.

4.1.3. Difracción

Cuando hablamos de la luz decimos que los rayos luminosos se propagan en línea recta. La formación de sombras, los eclipses, el simple hecho de que no podamos ver lo que ocurre detrás de una esquina, son ejemplos evidentes de propagación rectilínea de la luz.

Sin embargo, no ocurre lo mismo con otras clases de ondas. El sonido emitido detrás de una esquina puede oírse aunque no "veamos" el foco emisor. Algunas ondas de radio, tales como las ondas cortas, se propagan bordeando obstáculos. En todos estos casos se dice que existe el fenómeno de la ***difracción***.

La figura muestra dos frentes de onda planos propagándose hacia la derecha, de modo que se encuentran con un obstáculo que tiene una abertura. De acuerdo con esta experiencia, las ondas siguen propagándose después de la abertura pero,



según sea la relación entre el tamaño de ésta y el de la longitud de onda, se observa que se propagan también en otras direcciones (se han *difractado*). Cuando el tamaño de la abertura es grande con relación a la longitud de onda, la difracción es poco apreciable (figura derecha), pero se va haciendo mayor a medida que el tamaño de la abertura se reduce, de modo que es máxima cuando tiene las dimensiones de la longitud de onda (figura izquierda).

En virtud de la difracción, las ondas pueden bordear obstáculos y, como sucede con las aberturas, su magnitud depende de la relación entre el tamaño del obstáculo y el de la longitud de onda, siendo máxima cuando esta relación se aproxima a uno, pero siempre con el tamaño del obstáculo mayor.

La ***difracción***, que es una característica de todas las ondas, se puede definir como *el cambio de dirección que experimenta una onda en su propagación cuando se encuentra con obstáculos o aberturas.*

Este fenómeno es el responsable de que podamos escuchar una conversación que tiene lugar en una habitación, desde otra contigua si la puerta está abierta.

La difracción puede explicarse a partir del principio de Huygens. Los puntos del frente de onda incidente, al llegar al orificio, se transforman en emisores de ondas secundarias; la relación entre la longitud de onda y el tamaño del orificio determina la forma del nuevo frente de ondas. Si ambos valores son del mismo orden de magnitud, el orificio actúa como un foco puntual y, si el medio es homogéneo e isótropo, se generan ondas esféricas (circulares en el caso de ondas planas); la figura izquierda de la página anterior ilustra gráficamente este hecho.

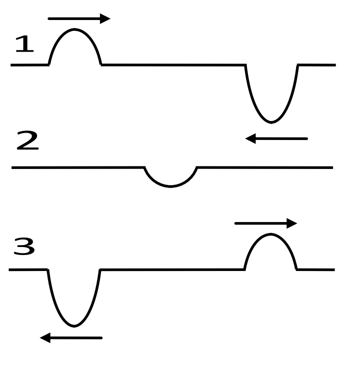
Si la abertura es mucho mayor que la longitud de onda, cada uno de los puntos de la misma actúa como foco emisor y la envolvente forma el frente de ondas que, como ilustra la figura derecha de la página anterior, es análogo al original, salvo en los bordes que se produce una pequeña difracción.

4.2. Interferencias de ondas armónicas

Cuando dos o más ondas del mismo tipo se encuentran en un punto del espacio, se superponen creando una nueva onda. La superposición de ondas luminosas, descubierta por Thomas Young en 1801, llevó a los científicos al convencimiento de que la luz se propaga como una onda y no como una partícula.

4.2.1. Definición de interferencia. Principio de superposición

Consideremos dos pulsos de onda que se propagan por la misma cuerda tensa, pero en sentidos opuestos. En la figura están representadas sus posiciones en distintos instantes sucesivos. En el instante 2 se produce una *superposición* de los pulsos, mientras que en el 3 los pulsos siguen su marcha *conservando su forma original*.



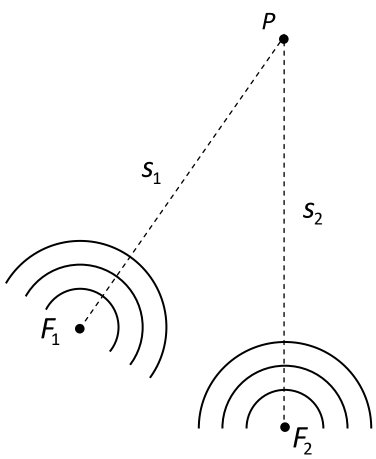
El hecho de que las ondas se crucen y continúen propagándose sin alterar su naturaleza es una propiedad fundamental de éstas que caracteriza al movimiento ondulatorio. Por esta propiedad podemos, por ejemplo, escuchar el sonido de las notas tocadas por los instrumentos individuales de una orquesta, aun cuando la onda sonora de toda la orquesta que llega a nuestros oídos es muy compleja

Es un hecho experimentalmente probado que en la superposición de ondas se cumple el ***principio de superposición*** que afirma que *la elongación de un punto que es alcanzado por dos o más ondas del mismo tipo en el mismo instante es la suma algebraica*[11] *de las elongaciones (cada una con su signo) producidas por cada movimiento por separado*.

Se conoce como ***interferencia*** *a los efectos físicos que resultan al superponerse dos o más ondas en un punto.*

En el caso particular de interferencia de sólo dos ondas, cuando las elongaciones de ambas son positivas (o negativas), la magnitud de la elongación resultante es mayor que cualquiera de las componentes por separado y la interferencia se denomina ***constructiva***. Al contrario, cuando sus elongaciones son de distinto signo, la elongación resultante es menor y se dice que la interferencia es ***destructiva***.

4.2.2. Deducción de la ecuación general para ondas idénticas



Vamos a analizar ahora la interferencia de dos ondas armónicas *idénticas*. Sean dos focos F_1 y F_2 que emiten ondas de la misma frecuencia y que además están en *fase*[12]. Queremos determinar la ecuación del movimiento de un punto P[13] cuando interfieren en él las dos perturbaciones simultáneamente, tal como ilustra la figura. Si las distancias de P a los focos son s_1 y s_2, y elegimos el instante inicial de modo que $\varphi = 0$, las elongaciones en un instante particular t de cada una de las ondas en P son,

$$y_1 = A\sin(\omega t - ks_1) \quad y_2 = A\sin(\omega t - ks_2)$$

Por el principio de superposición, la elongación resultante es la suma de las elongaciones que provocan cada una de las perturbaciones; es decir,

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(\omega t - ks_1) + A\sin(\omega t - ks_2)$$

pero aplicando la relación,

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

y haciendo $\alpha = \omega t - ks_1$ y $\beta = \omega t - ks_2$ queda,

$$y = 2A\sin\frac{2\omega t - ks_1 - ks_2}{2}\cos\frac{k(s_2 - s_1)}{2}$$

que podemos expresar como,

$$y = 2A\cos k\frac{s_2 - s_1}{2}\sin\left(\omega t - k\frac{s_1 + s_2}{2}\right)$$

Haciendo $A_r = 2A\cos k\dfrac{s_2 - s_1}{2}$ y $\delta = k\dfrac{s_1 + s_2}{2}$ queda,

---

[11]En realidad es la suma algebraica sólo cuando la dirección de vibración de las ondas es la misma. De no ser así, la elongación resultante es la *suma vectorial* de las componentes. En nuestro estudio supondremos siempre la misma dirección de vibración.

[12]Dos focos que emiten ondas idénticas se encuentran en *fase* cuando el estado de vibración de los focos es el mismo en cualquier instante.

[13]Para simplificar los cálculos suponemos que las amplitudes de las ondas generadas por F_1 y F_2 son iguales en P. Para conseguirlo, como la amplitud se atenúa con la distancia, es necesario que F_2 (que está más alejado de P que F_1) emita con más potencia que F_1.

$$y = A_r \sin(\omega t - \delta)$$

que es la ecuación del movimiento del punto *P*. Observa que se trata de la ecuación de un *MAS* de frecuencia angular ω, amplitud A_r y fase inicial $-\delta$; es decir, *el punto P oscila con un movimiento armónico simple de la misma frecuencia que la de los focos*. En el caso particular de que $\delta = 2n\pi$ donde $n \in \mathbb{Z}$, la ecuación queda

$$\boxed{y = A_r \sin\omega t}$$

De la ecuación que expresa A_r se deduce que la amplitud de *P* es máxima; es decir, hay una **interferencia totalmente constructiva**, cuando,

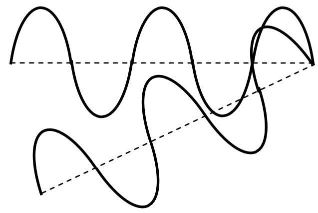
$$\cos k\frac{s_2 - s_1}{2} = \pm 1$$

lo que sucede si,

$$k(s_2 - s_1)/2 = n\pi \text{ con } n \in \mathbb{Z}$$

Recordando que $k = 2\pi/\lambda$, tenemos que,

$$\frac{2\pi}{\lambda}(s_2 - s_1) = 2n\pi \Rightarrow \boxed{s_2 - s_1 = n\lambda}$$



Interferencia constructiva

es decir, *la amplitud resultante es máxima, interferencia totalmente constructiva, para todos los puntos cuya diferencia de distancias a los focos es un número entero (n) de longitudes de onda;* es decir, *cuando las ondas llegan al punto de interferencia en fase* (ver figura).

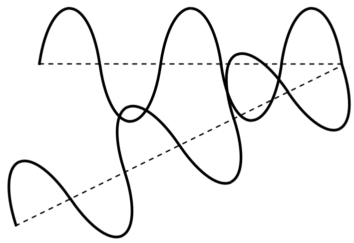
La amplitud resultante es nula, **interferencia totalmente destructiva**, si,

$$\cos k\frac{s_2 - s_1}{2} = 0$$

esto es, si $$k(s_2 - s_1)/2 = (2n+1)\pi/2 \text{ con } n \in \mathbb{Z}$$

Aplicando de nuevo que $k = 2\pi/\lambda$, llegamos a,

$$\frac{2\pi}{\lambda}(s_2 - s_1) = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{s_2 - s_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}}$$

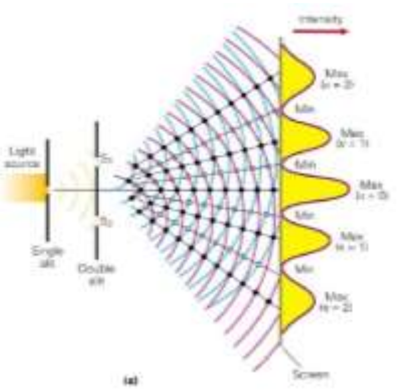


Interferencia destructiva

o sea, *la amplitud resultante es nula, interferencia totalmente destructiva, para todos los puntos cuya diferencia de distancias a los focos es igual a un número impar (2n+1) de semilongitudes de onda,* es decir, *cuando las ondas llegan al punto de interferencia en oposición de fase* (ver figura).

Puede probarse que las condiciones de interferencia constructiva y destructiva también se cumplen si las amplitudes de las ondas componentes en el punto P son distintas. Lo que cambia es que en este caso la amplitud resultante no es la expresada por la ecuación $A_r = 2A\cos k\left(s_2 - s_1/2\right)$.

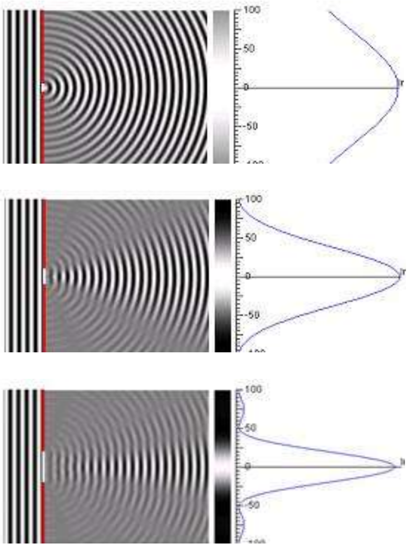
Es importante saber que para que se produzcan interferencias de ondas procedentes de focos diferentes, es preciso que ambos posean la misma frecuencia y que su diferencia de fase inicial $(\varphi_2 - \varphi_1)$ sea constante. Cuando esto ocurre se dice que los focos son coherentes. Si los focos tienen frecuencias distintas o si su diferencia de fase varía aleatoriamente en el tiempo, no se producen fenómenos de interferencia estacionarios y se dice que los focos son incoherentes. Esto sucede con dos focos luminosos formados por el mismo tipo de átomos que emiten luz de igual frecuencia. Como la luz se debe a las excitaciones electrónicas que se originan en los átomos del foco, nunca coinciden las fases de vibración de todos los átomos de un foco con los del otro. La diferencia de fase de dos rayos que inciden en un punto varía constantemente y, en consecuencia, el ojo humano sólo percibe



el valor medio de la intensidad luminosa igualmente fluctuante. Un ejemplo de luz coherente es la luz láser.

Para superar esta dificultad y obtener dos haces luminosos coherentes se han ideado varios dispositivos. Entre ellos destaca el método de la doble rendija de Young, que consiste en colocar, entre un foco y una pantalla (donde se "recoge" la luz), un obstáculo con dos pequeños orificios próximos. Éstos, por el principio de Huygens, se comportan como dos fuentes secundarias de luz que, al proceder del mismo foco, son coherentes y producen interferencias. La figura muestra el experimento de Young de la doble rendija con un haz de luz. Se observa que en la pantalla aparece una sucesión de franjas brillantes y oscuras, como en la difracción de una rendija, que corresponden a máximos y mínimos de intensidad de luz. Teniendo en cuenta que este tipo de situaciones sólo puede ser producido por interferencias de ondas idénticas, queda claro que el experimento de Young prueba de manera muy clara que la luz tiene naturaleza ondulatoria.

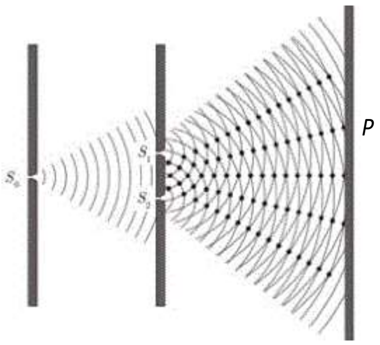
4.2.3. Interferencias y difracción



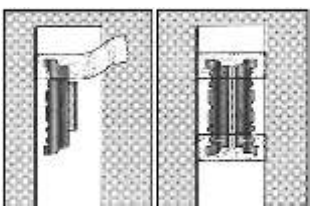
Puesto que, según el principio de Huygens, cada punto alcanzado por una onda se convierte en un foco puntual emisor de ondas secundarias idénticas a la principal**, la difracción es una consecuencia de las interferencias de las ondas secundarias de los focos puntuales**.

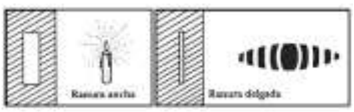
Al igual que ocurre en las interferencias normales, en los patrones de difracción también aparecen máximos y mínimos de intensidad (y, por tanto, de amplitud). Solo que en la difracción la distribución de los mismos es mucho más compleja, de modo que nos encontramos con máximos relativos de distinta intensidad. La figura muestra los patrones de difracción cuando el tamaño de la rendija es, empezando por arriba, igual a λ, 2λ y 4λ.

La aplicación del principio de Huygens permite justificar los máximos y mínimos de intensidad, así como el hecho de que, como se ve en la figura inferior, la central es más ancha que las demás y las sucesivas van siendo cada vez más estrechas. Sin embargo, para explicar la diferente intensidad de la onda hay que recurrir a técnicas que implican cálculos más complejos.



El principio de Huygens también permite explicar fácilmente las interferencias que aparecen cuando una onda alcanza una barrera con dos orificios próximos y de tamaño similar al de la longitud de onda, pero mayor. En efecto, como ilustra la figura, para que se dé una interferencia en el punto *P* es necesario que las ondas generadas en los orificios S_1 y S_2 alcancen dicho punto. Como S_1 y S_2 tienen un tamaño de la misma magnitud que la longitud de onda, de acuerdo con el principio de Huyens, se comportan como focos puntuales de ondas idénticas a la original que se propagan en todas las direcciones; con lo que ambas ondas alcanzarán *P* y se producirá la interferencia.





La difracción no se observa fácilmente en las ondas luminosas debido a que su longitud de onda es muy pequeña. Sin embargo, es en la propagación de la luz donde podemos apreciar algunos de los efectos más interesantes que existen en relación con este fenómeno, como por ejemplo la niebla.

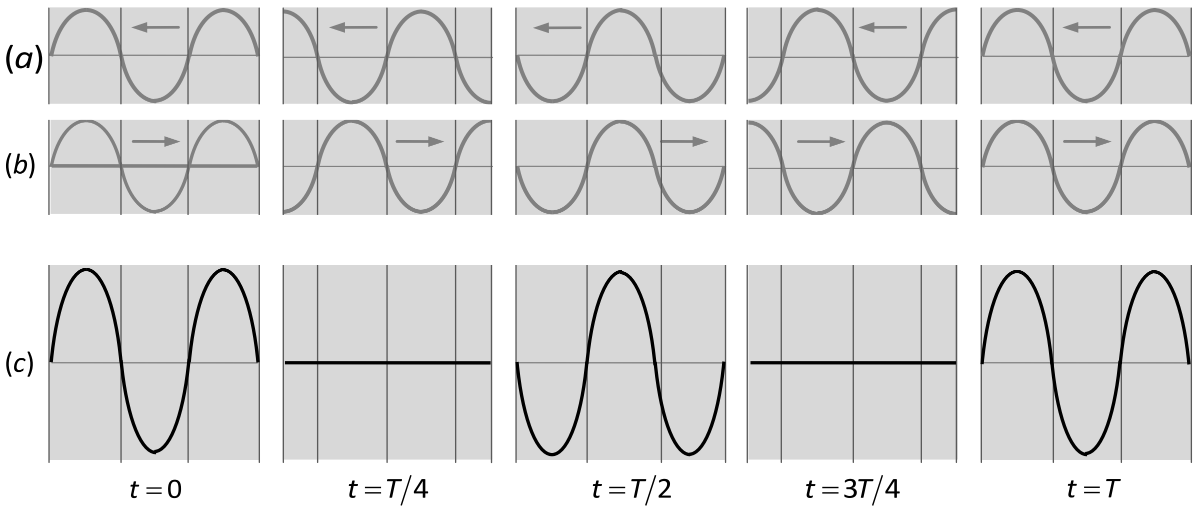
No debemos olvidar que la difracción ocurre cuando las ondas encuentran en su camino aberturas u obstáculos del orden de magnitud de la longitud de onda. Esta es la causa de que la niebla no nos permita ver. Las gotitas de agua que constituyen este meteoro son obstáculos de tamaño comparable a la longitud de onda de la luz y hacen que esta se difracte no permitiendo que los rayos de luz procedentes de los objetos lleguen a nuestros ojos en línea recta.

Podemos observar fácilmente la difracción de ondas luminosas interponiendo, justo frente a un ojo, una pequeñísima ranura formada por los filos de dos hojas de afeitar pegadas con cello sobre una ranura más ancha recortada en una tira de cartón (ver figura). Mirando, solamente por un ojo, una luz distante, por ejemplo la luz de una vela colocada a unos metros de distancia, esperaríamos percibir la imagen de la vela como en la figura de la izquierda; sin embargo, si la ranura es suficientemente estrecha, se perciben varias imágenes como en la figura derecha. Estas imágenes son el efecto de la difracción de la luz al atravesar la rendija.

5. Ondas estacionarias

5.1. Definición

Un caso particularmente interesante de interferencias es la superposición de dos *movimientos idénticos* (igual frecuencia y amplitud) propagándose en la misma dirección y en sentidos opuestos. En las figuras se ven dos ondas armónicas unidimensionales moviéndose en la misma dirección y en sentidos opuestos a lo largo de una cuerda tensa. Se muestran "instantáneas" de las ondas componentes y su resultante (c) en intervalos de un cuarto de periodo.



El resultado de la superposición es *una onda que no avanza*, como se aprecia en la figura (c). Una característica particular es que existen ciertos puntos de la cuerda, llamados ***nodos***, en los que la oscilación de la onda resultante es nula *en todo momento*. Entre los nodos se hallan los ***antinodos*** o ***vientres***, donde la oscilación tiene amplitud máxima.

Se llama ***onda estacionaria*** *al caso particular de interferencia que resulta de la superposición de dos ondas armónicas de igual frecuencia y amplitud que se propagan en la misma dirección pero en sentidos opuestos.* Se trata de una onda que no avanza[14] en el medio, de ahí el nombre de "estacionaria".

5.2. Deducción de la ecuación general. Condiciones de máximo y mínimo

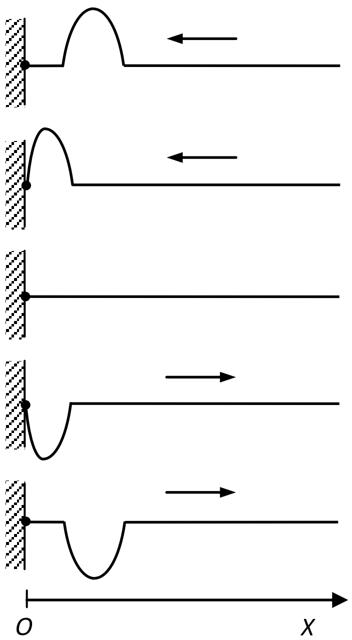
La forma más habitual de ondas estacionarias se da cuando un tren de ondas unidimensional se encuentra con una frontera (esto es, si está confinado en una región del espacio). Al alcanzar la onda viajera la frontera, se refleja dando lugar a otra onda idéntica; entonces las ondas incidente y reflejada interfieren generando una onda estacionaria.

[14] En realidad no es una verdadera onda, pues éstas se desplazan por el medio; o sea, son "viajeras".

Estamos interesados en encontrar las ecuaciones de las ondas armónicas unidimensionales que se producen por reflexión en una frontera. Como ejemplos importantes podemos destacar las ondas que producen el sonido en la cuerda de una guitarra o en el tubo sonoro de un órgano.

De acuerdo con el principio de superposición, la suma de las ecuaciones de las ondas incidente y reflejada permite obtener la elongación de cualquier punto del medio en cualquier instante; esto es, la ecuación de la onda estacionaria. Vamos a considerar ahora más detenidamente el problema de la reflexión de una onda, ya que, según sea la frontera, la fase inicial de la (φ) onda reflejada es diferente.

Extremo fijo



La figura de la página siguiente muestra un pulso que viaja por una cuerda tensa con un extremo fijo. Observamos que cuando llega al extremo fijo (que es una frontera, pues la onda no puede ir más allá) viaja de regreso, a lo largo de la cuerda y en sentido opuesto al pulso incidente, manteniendo su forma y su velocidad, pero con *su desplazamiento transversal invertido*[15]. Decimos que *el pulso se ha reflejado en el extremo fijo de la cuerda*. Un tren de ondas generado a lo largo de la cuerda se refleja de la misma manera dando lugar a un tren de ondas reflejado idéntico al incidente, pero invertido.

Fijemos un sistema de coordenadas de modo que el eje *OX* tenga la dirección de la cuerda y que el origen del mismo $(x=0)$ coincida con el extremo fijo (ver figura). En este caso una onda armónica generada en el extremo libre de la cuerda viaja en el sentido negativo del eje *OX*, por lo tanto su ecuación es,

$$y_1 = A\sin(\omega t + kx)$$

donde la fase inicial (φ) es cero porque se supone que hemos empezado a contar el tiempo en uno de los instantes que la anulan[16].

Si la onda se refleja en el punto $x=0$ y este punto es fijo (no vibra), la ecuación de la onda reflejada, teniendo en cuenta que avanza en el sentido positivo del eje, viene dada por,

$$y_2 = -A\sin(\omega t - kx)$$

donde el signo negativo del segundo miembro de la ecuación se debe a la inversión del desplazamiento transversal en la onda reflejada, lo que es equivalente a un cambio de fase inicial de π radianes, ya que $-\sin\alpha = \sin(\alpha+\pi)$; entonces la ecuación es de la onda reflejada se puede expresar como,

$$y_2 = A\sin\left[(\omega t - kx) + \pi\right]$$

o sea, las ondas incidente y reflejada están en oposición de fase.

La elongación (y) de un punto x de la onda resultante en un instante t es la suma de las elongaciones de las ondas incidente y reflejada; esto es,

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(\omega t + kx) - A\sin(\omega t - kx)$$

Haciendo $\alpha = \omega t + kx$ y $\beta = \omega t - kx$ y aplicando,

[15]Podemos probar experimentalmente que es así. También se puede deducir teóricamente.

[16]Cualquier instante en el que el punto x = 0 se encuentre en su posición de equilibrio (elongación nula) y con movimiento positivo (hacia arriba).

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

llegamos a, $y = 2A\sin\frac{(\omega t + kx) - (\omega t - kx)}{2}\cos\frac{(\omega t + kx) + (\omega t - kx)}{2}$

que, agrupando términos comunes y simplificando, da,

$$\boxed{y = 2A\sin kx\cos\omega t}$$

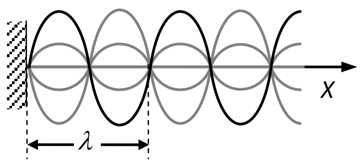
que es *la ecuación de la onda estacionaria que cumple la condición de que el punto* $x = 0$ *es fijo*. *La ecuación es válida para cualquier onda estacionaria unidimensional* con un extremo fijo en el punto $x = 0$.

Observa que no es la ecuación de una onda viajera porque no contiene el término $(\omega t - kx)$ agrupado característico de estas ondas.

Si en la ecuación hacemos $A_r = 2A\sin kx$, la podemos escribir,

$$y = A_r\cos\omega t$$

que es la ecuación de un *MAS* de amplitud $|A_r|$[17]. Observa que el valor de la amplitud en cada punto *x* es función de $\sin kx$.



La figura muestra una onda estacionaria en una cuerda tensa con un extremo fijo formada por reflexión. La amplitud de los vientres es $A_r = 2A$, doble de la amplitud de las ondas originales, ya que el valor máximo de $\sin kx$ es 1.

Los puntos que no vibran (nodos) son lo que cumplen que $A_r = 0$ (pues su amplitud es nula); por lo tanto,

$$\textbf{\textit{Nodos}} \Rightarrow A_r = 2A\sin kx = 0 \Rightarrow \sin kx = 0$$

para que sin *kx* sea cero se tiene que cumplir que,

$$kx = n\pi \quad \text{donde} \quad n \in \mathbb{Z}$$

pero $k = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda, por lo tanto,

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \Rightarrow \boxed{x = n\frac{\lambda}{2}} \quad \text{donde} \quad n \in \mathbb{N}$$

Los puntos que vibran con máxima amplitud (vientres o antinodos) son los que cumplen que A_r es máxima o mínima (máximo valor negativo). Teniendo en cuenta que $A_r = 2A\sin kx$, tiene que darse,

$$\textbf{\textit{Vientres}} \Rightarrow \sin kx = \pm 1 \Rightarrow kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{donde} \quad n \in \mathbb{Z}$$

y como $k = 2\pi/\lambda$, la condición es que,

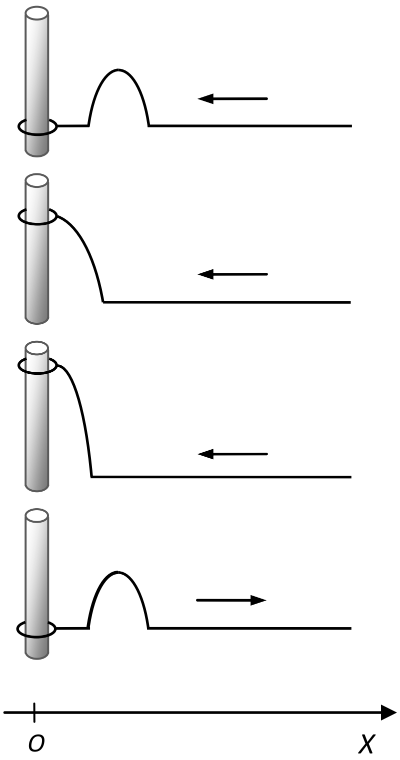
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$$

Nota que sólo tienen sentido físico los valores positivos de *n* (*n* = 1, 2, 3, ...) porque la cuerda "termina" en el punto $x = 0$, que es donde está el extremo fijo.

[17]El valor absoluto es necesario porque A_r puede ser mayor o menor que cero, mientras que la amplitud es siempre una cantidad positiva.

Extremo libre

La figura de la página siguiente muestra ahora un pulso que viaja por una cuerda tensa con un extremo libre (esto es, que tiene libertad de moverse transversalmente). Podemos lograrlo uniendo el extremo de la cuerda a un aro muy ligero que desliza sin fricción a lo largo de una barra transversal, como se ilustra en la figura. Vemos ahora que, al llegar el pulso a la frontera, también se produce una reflexión, pero esta vez en un extremo libre, por lo que el pulso reflejado no invierte su desplazamiento transversal. Si generamos un tren de ondas, la onda reflejada interfiere constructivamente con la incidente en el extremo libre obteniéndose un máximo de vibración en ese punto; esto es, las ondas incidente y reflejada se encuentran en fase.



Si una onda viaja en el sentido negativo del eje *OX*, se refleja en el punto $x = 0$ y este punto puede oscilar libremente, las ecuaciones de ambas ondas (incidente y reflejada), empezando a contar el tiempo en un instante en el que $\varphi = 0$, son

$$y_1 = A\sin(\omega t + kx) \text{ para la incidente}$$

$$y_2 = A\sin(\omega t - kx) \text{ para la reflejada}$$

Como en el caso anterior, la elongación de un punto *x* en un instante *t* de la onda resultante es,

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(\omega t + kx) + A\sin(\omega t - kx)$$

Haciendo $\alpha = \omega t + kx$ y $\beta = \omega t - kx$ y aplicando,

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

llegamos a,

$$y = 2A\sin\frac{(\omega t + kx) + (\omega t - kx)}{2}\cos\frac{(\omega t + kx) - (\omega t - kx)}{2}$$

y, agrupando términos comunes y simplificando, queda,

$$\boxed{y = 2A\cos kx \sin\omega t}$$

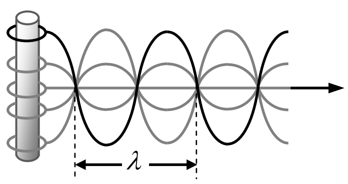
que es *la ecuación de la onda estacionaria que cumple la condición de que el punto* $x = 0$ *es libre*. Como en el caso anterior, *la ecuación es válida para cualquier onda estacionaria unidimensional* con un extremo libre en el punto $x = 0$.

Haciendo $A_r = 2A\cos kx$, podemos escribir la ecuación como,

$$y = A_r \sin\omega t$$

que es *la ecuación de un MAS de amplitud* $|A_r|$. cuyo valor en cada punto *x* es función de $\cos kx$. La diferencia con el caso del extremo fijo es que, ahora, el punto $x = 0$ no es un nodo, sino un vientre. En efecto,

$$A_r(x = 0) = 2A\cos k0 = 2A \text{ (valor máximo)}$$



La figura muestra una onda estacionaria en una cuerda tensa formada por reflexión en un extremo libre. Los puntos que no vibran (nodos) son los que cumplen que A_r = 0; por lo tanto,

$$A_r = 2A\cos kx = 0 \Rightarrow \cos kx = 0$$

para que cos *kx* sea cero se tiene que cumplir que,

$$kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{donde} \quad n \in \mathbb{Z}$$

pero $k = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda, por lo tanto,

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$$

Los puntos que vibran con máxima amplitud (vientres o antinodos) son los que cumplen que A_r es máxima o mínima. Puesto que $A_r = 2A\cos kx$, tiene que darse,

$$\cos kx = \pm 1 \Rightarrow kx = n\pi \quad \text{donde} \quad k = 2\pi/\lambda,$$

y como $k = 2\pi/\lambda$, la condición es que,

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \Rightarrow \boxed{x = n\frac{\lambda}{2}}$$

Como en el caso del extremo fijo, sólo tienen sentido físico los valores positivos de *n* (*n* = 1, 2, 3, ...) porque la cuerda "termina" en el punto $x = 0$, que es donde está el extremo libre.

5.3. Cuerdas vibrantes y tubos sonoros

Cuerdas vibrantes

Un conjunto importante de instrumentos musicales está formado por los llamados ***instrumentos de cuerda***, como la guitarra o el violín. En todos ellos el elemento esencial es una cuerda (metálica o de nylon) cuyos extremos se **fijan** de manera que adquiera una tensión adecuada.

Cuando la cuerda se deforma respecto a su posición de equilibrio, las fuerzas elásticas la obligan a vibrar generando ondas transversales que se propagan por la cuerda y se reflejan en los extremos. *La superposición de estas ondas dan lugar a una interferencia de ondas armónicas estacionarias;* esto es, *varias ondas estacionarias de distintas frecuencias que interfieren entre sí*. Como veremos, la forma de la onda resultante es la que permite distinguir dos notas musicales de la misma frecuencia en instrumentos distintos, como un violín y una viola, por ejemplo.

Para cada componente armónica estacionaria los extremos de la cuerda han de ser nodos (pues, al estar fijos, no pueden vibrar). Lo significa que, si tomamos como origen de coordenadas el extremo izquierdo de la cuerda, de acuerdo con lo expuesto en el apartado 5.2, la ecuación que describe correctamente la onda es,

$$y = 2A\sin kx \cos \omega t$$

ya que en ella el punto $x = 0$ es un nodo. Entonces, si la longitud de la cuerda es *L*, el otro extremo de la cuerda es $x = L$.

Los nodos (puntos que no vibran) son aquellos que cumplen que $x = n\lambda/2$ donde $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Como el punto $x = L$ es un nodo, tenemos,

$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2L}{n}}$$

pero como $v = \lambda f$, donde *v* es la velocidad de propagación de la onda y *f* su frecuencia, se deduce que,

$$\boxed{f = n\frac{v}{2L}}$$

que pone de manifiesto que la cuerda sólo puede vibrar con las frecuencias dadas por la ecuación (para $n = 1, 2, 3, \ldots$ pues $n = 0$ no tiene sentido físico); esto es, la frecuencia (y, por lo tanto, la longitud de onda) están **cuantizadas**[18]. Estas frecuencias se denominan **naturales**, siendo la primera,

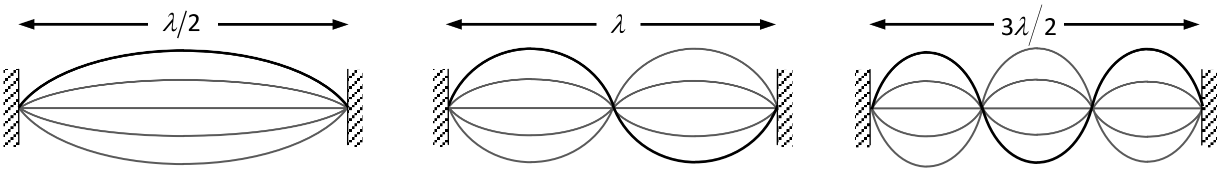
$$n = 1 \rightarrow f_0 = v/2L \Rightarrow \lambda_0 = 2L$$

que se llama ***fundamental***. Las demás se denominan ***armónicos*** y se obtienen dando valores a *n*. Los dos primeros son,

$$2^{\text{º}} \text{ armónico, } n = 2 \rightarrow f_2 = \frac{v}{L} = 2f_0 \Rightarrow \lambda_2 = L$$

$$3^{\text{º}} \text{ armónico, } n = 3, \rightarrow f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_0 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3}$$

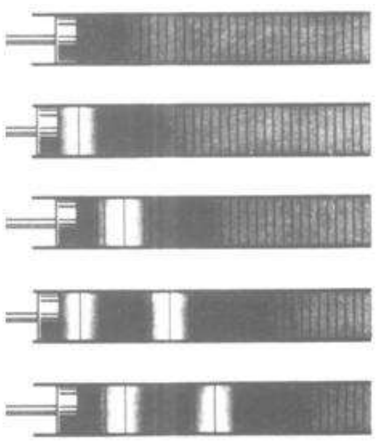
La figura muestra una cuerda vibrando en su estado fundamental y en sus dos primeros armónicos.



Fundamental $(n = 1)$ *2º armónico* $(n = 2)$ *3º armónico* $(n = 3)$

> Una forma simple de obtener ondas armónicas puras en una cuerda tensa es acoplar un electrovibrador armónico a uno de sus extremos y hacerlo oscilar con una de las frecuencias permitidas, pero con muy pequeña amplitud. Como veremos después, la energía que la cuerda *absorbe continuamente* del electrovibrador hace que la amplitud de éste sea mucho menor que la de los vientres de la estacionaria generada; de este modo el extremo de la cuerda donde está el electrovibrador se puede considerar un nodo.

Tubos sonoros



Consideremos un tubo abierto con un émbolo ajustable que puede desplazarse en su interior, tal como ilustra la figura. Si el émbolo no se mueve, el aire del tubo está en equilibrio y tiene presión y densidad uniformes.

Si en un instante dado el émbolo se pone rápidamente en movimiento, la capa de aire más próxima también se mueve en el mismo sentido y ejerce una fuerza sobre las capas vecinas comprimiéndolas. Se forma, por lo tanto, una región móvil de compresión que avanza a lo largo del tubo, en la que la densidad y la presión del aire son mayores que los correspondientes al equilibrio (zona más oscura de la figura). Durante el regreso del émbolo se forma una región de enrarecimiento (depresión) que avanza también por el tubo, en la que la densidad y la presión son menores que las del equilibrio (zona más clara).

Si ejecutamos un movimiento de "vaivén" continuo sobre el émbolo, habremos creado un tren de perturbaciones en el aire que se propaga por el mismo y que constituyen, como ya hemos visto, una onda sonora. En este caso sencillo hemos

[18] Significa que sólo puede tener una serie de valores discretos.

producido una onda unidimensional que se propaga en la dirección del tubo.

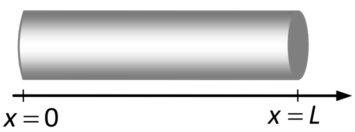
Veamos ahora que en el interior del tubo también se pueden generar ondas estacionarias, cuyas frecuencias dependen de la longitud de los mismos. Esta es la base de los ***tubos sonoros*** o ***instrumentos de viento***, como la flauta o el saxofón. En todos ellos, mediante un procedimiento u otro, se insufla aire que produce unos cambios de presión en el interior que se propagan a lo largo del tubo en forma de ondas sonoras. Cuando llegan al otro extremo del tubo se reflejan (incluso en el caso de que dicho extremo esté abierto), lo que produce ondas estacionarias como consecuencia de la superposición entre las ondas incidente y reflejada. Al igual que en las cuerdas, *estas ondas no son armónicos puros sino la superposición de varias ondas estacionarias de distintas frecuencias que interfieren entre sí*.

Hay dos tipos de tubos sonoros:

- ***cerrados***, los que tienen un extremo cerrado y el otro abierto
- ***abiertos***, los que tienen los dos extremos abiertos.

Tubos cerrados

Cuando se genera una onda estacionaria en un tubo cerrado hay que tener en cuenta que las partículas de aire pueden oscilar libremente en el extremo abierto, por lo que en ese extremo se produce un vientre. Al contrario, las partículas no vibran en el extremo cerrado, por lo que ahí se genera un nodo. Un instrumento que se comporta como un tubo cerrado es el clarinete.



Si colocamos el tubo a lo largo del eje *OX* de modo que el extremo abierto esté en el origen (ver figura) y el tubo tiene una longitud *L*; tenemos que el punto $x=0$ es un vientre y el $x=L$ un nodo. Como el punto $x=0$ oscila libremente, la ecuación que describe adecuadamente la onda, de acuerdo con el apartado 5.2, es,

$$y = 2A\cos kx \sin \omega t$$

y los puntos que no vibran (nodos) por tener amplitud nula, son aquellos que cumplen que,

$$x=(2n+1)\lambda/4 \quad \text{donde} \quad n=0, 1, 2, 3, \ldots$$

Como el punto $x=L$ es un nodo, tenemos,

$$L=(2n+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \boxed{\lambda=\frac{4L}{2n+1}}$$

pero como $v=\lambda f$, llegamos a,

$$\boxed{f=(2n+1)\frac{v}{4L}} \text{ ó } \boxed{f=m\frac{v}{4L}}$$

donde $m=(2n+1)=1, 3, 5, \ldots$; que indica que *el tubo sólo puede vibrar con las frecuencias naturales dadas por la ecuación*; esto es, *la frecuencia* (y *la longitud de onda*) *está cuantizadas*. La frecuencia más pequeña que cumple la ecuación es,

$$n=0 \Rightarrow m=1 \rightarrow f_0 = v/4L \Rightarrow \lambda_0 = 4L$$

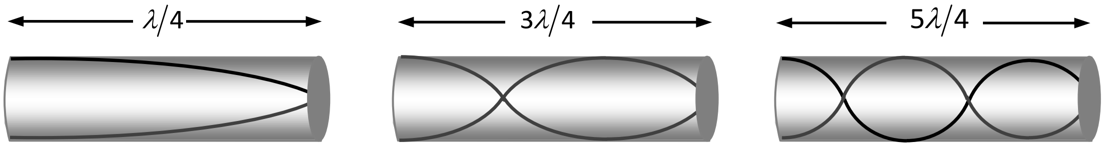
que es la *fundamental*. Sus dos primeros armónicos son,

$$3^{\text{o}}\text{ armónico, } n=1 \Rightarrow m=3 \rightarrow f_3=\frac{3v}{4L}=3f_0 \Rightarrow \lambda_3=\frac{4L}{3}$$

$$5^{\text{o}}\ \text{armónico},\ n=2 \Rightarrow m=5 \rightarrow f_5=\frac{5v}{4L}=5f_0 \Rightarrow \lambda_5=\frac{4L}{5}$$

La figura ilustra un tubo cerrado vibrando en su estado fundamental y en sus dos primeros armónicos.

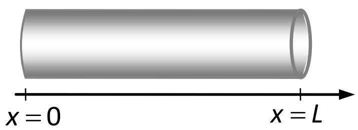
Observa que la numeración de los armónicos se corresponde con el número de veces que la frecuencia del armónico es mayor que la fundamental.



Fundamental (m=1) *3º armónico (m=3)* *5º armónico (m=5)*

Tubos abiertos

En los tubos abiertos las partículas pueden vibrar libremente en los dos extremos, por lo que ambos son vientres. Un instrumento que se comporta como un tubo abierto es la flauta.



Colocando el origen del eje *OX* en el extremo izquierdo de un tubo abierto de longitud *L*, como se ve en la figura, tenemos que el punto $x=L$ es un vientre. Como el punto $x=0$ también es un vientre, de acuerdo con el punto 5.2, la ecuación que describe adecuadamente la estacionaria es la misma que la de los cerrados. Los puntos que vibran con amplitud máxima son,

$$x=n\lambda/2 \quad \text{donde} \quad n=0, 1, 2, 3,\ldots$$

Puesto que el punto *x* = *L* es un vientre, tenemos que,

$$L=n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda=\frac{2L}{n}}$$

y como $v=\lambda f$, se deduce que, $\boxed{f=n\frac{v}{2L}}$

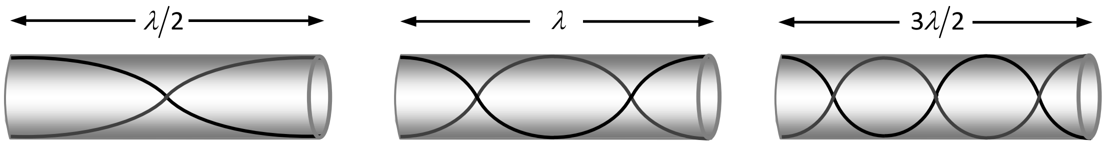
donde $n=1, 2, 3,\ldots$ (pues $n=0$ no tiene sentido físico). La ecuación, como en los casos anteriores, indica que *la frecuencia* y *la longitud de onda están cuantizadas*. Observa que las frecuencias permitidas son las mismas que las de las cuerdas vibrantes; la diferencia está en que ahora los extremos no son nodos, sino vientres. La frecuencia fundamental y sus dos primeros armónicos son,

$$\text{Fundamental},\ n=1 \rightarrow f_0=v/2L \Rightarrow \lambda_0=2L$$

$$2^{\text{o}}\ \text{armónico},\ n=2 \rightarrow f_2=v/L=2f_0 \Rightarrow \lambda_2=L$$

$$3^{\text{o}}\ \text{armónico},\ n=3, \rightarrow f_3=3v/2L=3f_0 \Rightarrow \lambda_3=2L/3$$

La figura ilustra un tubo con sus dos extremos abiertos vibrando en su estado fundamental y en sus dos primeros armónicos.



Fundamental (n=1) *2º armónico (n=2)* *3º armónico (n=3)*

5.4. Energía en las ondas estacionarias. Fenómenos de resonancia

Si en un extremo de una cuerda tensa (o en la boca de un tubo sonoro, abierto o cerrado) se ejecuta un movimiento armónico simple con una frecuencia adecuada, se genera, por reflexión, una única onda estacionaria de la misma frecuencia. Se dice entonces que la cuerda (o el tubo) se encuentra en ***resonancia*** con la frecuencia del movimiento armónico.

Si el oscilador vibra de forma interrumpida, la cuerda (o el tubo) está absorbiendo energía continuamente del mismo y, como el cuadrado de la amplitud de la onda es directamente proporcional a la energía, la amplitud de la onda estacionaria se hace cada vez mayor, alcanzando valores muy superiores a la del oscilador. Llega un momento en el que las fuerzas de fricción internas absorben toda la energía y, en consecuencia, la amplitud permanece constante a partir de ese instante. Esto justifica que al acercar un diapasón a la boca de un tubo sonoro se note un refuerzo del sonido del mismo cuando la longitud del tubo es la justa para que la frecuencia del diapasón genere una onda estacionaria.

Fenómenos de resonancia

Los fenómenos de resonancia en las ondas son muy importantes; en algunas ocasiones son perjudiciales y se trata de eliminarlos, mientras que en otras son convenientes y se intenta encontrarlos.

Todo sistema que lleva aparejado un movimiento de oscilación (un resorte, una cuerda por la que se propaga una onda, las moléculas de aire cuando transportan una onda sonora, etc.) tiene una o varias frecuencias naturales de oscilación. Cuando una fuente externa actúa sobre el sistema generando una oscilación de frecuencia igual (o muy próxima) a una de sus frecuencias naturales, el sistema absorbe continuamente energía de la fuente externa. Esto, como ya hemos dicho, se denomina resonancia y provoca que la amplitud de las oscilaciones del sistema alcance valores muy superiores a las iniciales.

Hay ocasiones en las que la resonancia es útil, por lo que los sistemas se diseñan para que se generen. Por ejemplo:

- Las cajas de los instrumentos musicales (guitarra, violín, etc.) se diseñan para que entren en resonancia con las frecuencias naturales de las cuerdas, de este modo absorben continuamente energía de las mismas y refuerzan el sonido.
- Un dispositivo electrónico puede transformar la información de una onda electromagnética en imágenes o sonido. Esto es así porque tiene una frecuencia natural de oscilación igual a la de la onda.

Muchas veces los fenómenos de resonancia son claramente perjudiciales y destructivos, por lo que se trata de evitarlos. Por ejemplo:

- Los automóviles están hechos de muchas partes capaces de oscilar, como el volante, los vidrios de las ventanas, etc.; pues bien, cuando el motor genera vibraciones que coinciden o están muy próximas a la frecuencia natural de vibración de algunas de estas partes, sucede el fenómeno de resonancia. Es un fenómeno muy molesto, por lo que los fabricantes de coches tratan de evitarlo.
- Cuando un grupo numeroso de soldados cruza un puente en formación, puede

ocurrir que la frecuencia de la marcha (1 *Hz* aproximadamente) coincida con alguna de las frecuencias naturales de oscilación del puente. En este caso, el puente absorbe energía continuamente, lo que puede provocar su destrucción.

- Es una experiencia común que cuando se escucha música dentro de un cuarto, algunas veces aparecen sonidos de frecuencia muy baja que originan vibraciones en los cristales. Esto ocurre porque hay un fenómeno de resonancia, ya que la frecuencia de los sonidos graves coincide con alguna de las frecuencias naturales de oscilación de los cristales.

6. Cualidades del sonido. Nivel de intensidad sonora

Los sonidos son ondas mecánicas longitudinales y de presión cuya frecuencia está comprendida entre 20 *y* 20.000 *Hz*, que son los límites de audición de una persona adulta normal. Si la frecuencia es baja, el sonido es ***grave***; en caso contrario es ***agudo***. En las personas y en los animales la respuesta a las ondas sonoras tiene lugar en el oído, que es sensible a los ligeros cambios de presión producidos por la propagación de las ondas sonoras.

6.1. Cualidades del sonido

Los sonidos se caracterizan y distinguen unos de otros por las siguientes cualidades **subjetivas**:

- ***Sonoridad****, es la cualidad por la que se perciben los sonidos con mayor o menor "fuerza".* Depende de la energía que llega al oído por unidad de tiempo y por unidad de área; esto es, de la intensidad de la onda.
- ***Tono****, es la cualidad por la que distinguimos los sonidos agudos de los graves.* Depende de la frecuencia de la onda, de modo que los sonidos agudos tienen frecuencias más altas y los graves más bajas.
- ***Timbre****, es la cualidad por la que se distinguen dos sonidos de la misma sonoridad y del mismo tono.* El efecto está relacionado con la "forma" de la onda.

Violín

Piano

Como ya hemos visto, las cuerdas vibrantes y los tubos sonoros no emiten sonidos armónicos puros, sino una mezcla de ellos. Esto hace que la onda, aunque periódica, no tenga "forma" sinusoidal, lo que permite al oído distinguir dos sonidos con la misma sonoridad y tono cuyas "formas" de onda son diferentes.

En las figuras se muestran las "formas" exageradas de las ondas de un violín y de un piano correspondientes a una frecuencia de 440 *Hz* (la nota "La" de la escala musical). La "forma" de las ondas es diferente en cada caso porque se mezclan distintos armónicos en distintas proporciones en cada instrumento. Ello nos permite distinguirlos.

6.2. Nivel de intensidad sonora. Umbral de audición y dolor

La mínima intensidad sonora que percibe un oído humano normal se llama ***intensidad umbral*** y su valor depende de la frecuencia del sonido; así, para una frecuencia de 1.000 *Hz* es aproximadamente de 10^{-12} W/m^2. De otro lado, la máxima intensidad que soportan la mayoría de las personas antes de sentir dolor es del orden de 1 W/m^2.

Debido a este margen tan amplio (de 12 órdenes de magnitud) y a que *nuestra percepción de la sonoridad no es directamente proporcional a la intensidad del sonido* (varía con ella logarítmicamente), es conveniente utilizar una escala logarítmica (que es también una escala comprimida) para medir el sonido. Con este propósito se introduce el concepto de *nivel de intensidad sonora*.

El ***nivel de intensidad sonora*** *(β)* de un sonido de intensidad I se define mediante la expresión siguiente:

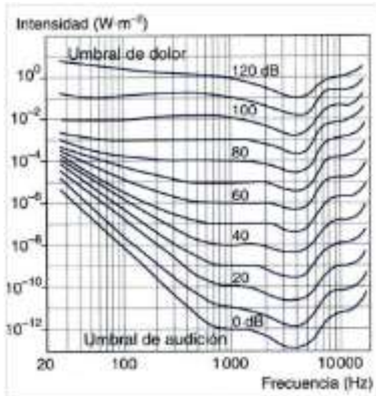
$$\boxed{\beta = 10\log\frac{I}{I_0}}$$

donde I_0 es una intensidad de referencia, que se toma igual a la intensidad umbral a la frecuencia de 1.000 *Hz* (10^{-12} W/m^2). El nivel de intensidad sonora se mide en ***decibelios*** *(dB)* en honor a Alexander Graham Bell. Conviene subrayar que β es una cantidad sin dimensiones, por lo que el decibelio debe considerarse como una simple etiqueta, al igual que el radián.

De acuerdo con la definición de β, se tiene que un aumento en el valor de la intensidad **multiplicado** por 10 (esto es, 10 veces mayor), corresponde a **sumar** un valor de 10 al nivel de intensidad sonora.

Efectuando el cálculo para los umbrales de audición (a 1000 *Hz*) y dolor se encuentran los siguientes valores:

- **Audición**: $\beta_0 = 10\log\frac{I_0}{I_0} = 10\log\frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10\log 1 = 0 \ dB$
- **Dolor**: $\beta_D = 10\log\frac{I_D}{I_0} = 10\log\frac{1}{10^{-12}} = 10\log 10^{12} = 120 \ dB$



Como se ha mencionado, la sensibilidad del oído humano varía con la frecuencia. A frecuencias elevadas, digamos 10.000 *Hz*, la intensidad umbral se eleva a alrededor de 10 *dB* (10^{-11} W/m^2); mientras que a frecuencias bajas, de alrededor de 100 *Hz*, el umbral está en unos 30 *dB* (10^{-9} W/m^2). Se necesita 1.000 veces la intensidad del sonido (esto es, un nivel de intensidad sonora de 30 *dB*) a 100 Hz para producir la misma respuesta fisiológica que una intensidad de sonido dada a 1.000 Hz. La figura muestra la intensidad de sonido necesaria en cada frecuencia para obtener un nivel de intensidad sonora particular. También se indica cómo varía el umbral de audición y el de dolor con la frecuencia.

7. El Efecto Doppler en las ondas sonoras

Es conveniente aclarar en primer lugar que la velocidad de las ondas sonoras no depende de la velocidad de la fuente, sino solo de las características del medio de propagación. Si un observador toca un silbato montado en un coche en movimiento, las ondas sonoras viajan a la misma velocidad que si el automóvil estuviera en reposo.

El ***efecto Doppler*** *es un fenómeno ondulatorio que se produce cuando hay un movimiento relativo entre un foco emisor de ondas y un observador. La frecuencia y la longitud de onda percibidas por el observador son distinta a las emitidas por el foco.*

El fenómeno recibe el nombre de efecto Dopller en honor al físico austríaco Christian Doppler que lo describió por primera vez en 1843.

Sea una fuente sonora que emite un sonido de periodo T cuando está en reposo respecto a un observador; por lo tanto, la frecuencia f y la longitud de onda λ son,

$$\left.\begin{aligned} f &= 1/T \\ v &= \lambda f \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda = v/f = vT \Rightarrow f = v/\lambda$$

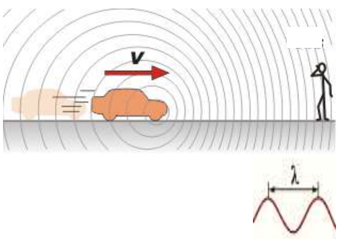
donde v representa la velocidad del sonido que, como sabemos, no depende de la velocidad del foco, sino solo de las características del medio.

El movimiento relativo se puede dar de dos formas diferentes:

- **Observador en reposo y fuente emisora en movimiento**

Imaginemos que la fuente sonora que se desplaza hacia la derecha. Si al cabo de un intervalo de tiempo t dibujamos los distintos frentes de onda, obtendremos una gráfica como muestra la figura. En ella se aprecia que los frentes no son circunferencias concéntricas; sino que la separación entre ellos es menor en el lado hacia el que se mueve la fuente sonora y mayor en el opuesto. Recuerda que se dibujan los frentes de onda con una separación igual a una longitud de onda.

Para un observador que se encuentre en reposo en el lado hacia el que se mueve la fuente, la longitud de onda efectiva sería menor y, en consecuencia (ya que $\lambda = vf$), la frecuencia mayor que la que correspondería al sonido emitido por la fuente; es decir, apreciaría un tono más agudo. Al contrario, para un observador que se encuentre en reposo en el lado opuesto al del movimiento la fuente, la longitud de onda efectiva sería mayor y, en consecuencia, la frecuencia menor que la que correspondería al sonido emitido por la fuente; es decir, apreciaría un tono más grave.



Si la fuente se acerca al observador con una velocidad v_F, el periodo T (y por lo tanto, la frecuencia f) del sonido emitido no cambian. Sin embargo, en ese tiempo T, el foco se ha acercado una distancia $v_F T$ al observador; por lo tanto, la separación entre dos crestas ya no es la longitud de onda λ generada por el foco, sino una longitud de onda λ' que se ha acortado una distancia $v_F T$, por lo que,

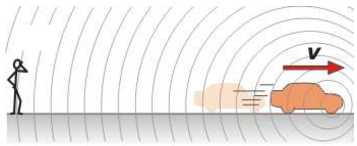
$$\lambda' = \lambda - v_F T = vT - v_F T = (v - v_F)T = (v - v_F)/f$$

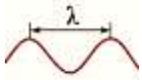
Así pues la frecuencia f' percibida por el observador es,

$$v = \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_F)/f} = f\frac{v}{(v - v_F)} \quad (7)$$

Observa que, $\qquad f' > f$ pues $\dfrac{v}{v - v_F} = \dfrac{1}{1 - v_F/v} > 1$

Si la fuente se aleja del observador, un razonamiento idéntico nos lleva a,

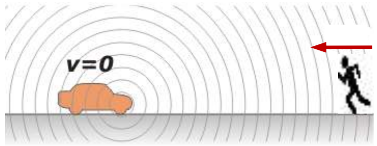




$$f' = f\frac{v}{v+v_F} \quad (8) \quad \Rightarrow \quad f' < f \quad \text{pues} \quad \frac{v}{v+v_F} = \frac{1}{1+v_F/v} < 1$$

Es decir, la frecuencia f' percibida por el observador cuando el foco emisor se aleja es menor que la del sonido original f. El observador aprecia un sonido más grave (de mayor longitud de onda) que el emitido por la fuente.

- **Observador móvil y fuente emisora en reposo**



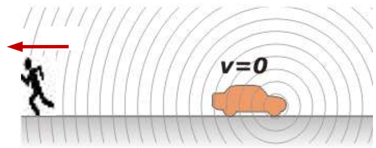
Como se ve en las figuras, la variación que experimenta en este caso la frecuencia percibida por el observador no se debe a la variación de la longitud de onda, ya que ésta es siempre la misma. Se debe a la distinta velocidad con que le llegan al observador los frentes de onda, según se acerque o se aleje de la fuente sonora.

Si el observador se acerca a la fuente con una velocidad v_0, la velocidad v' con que le llegan los frentes de onda es mayor, como se ve en la figura,

$$v' = v_0 + v$$

donde v es la velocidad del sonido. Por lo tanto, la frecuencia percibida es,

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v+v_0}{\lambda} = \frac{v+v_0}{v/f} = f\left(\frac{v+v_0}{v}\right) \quad (9)$$



Observa que, $\quad f' > f \quad \text{pues} \quad \frac{v+v_0}{v} = 1 + \frac{v_0}{v} > 1$

Si el observados se aleja con una velocidad v_0, la velocidad v' con que le llegan los frentes de onda es menor, como refleja la figura; por lo que un razonamiento idéntico al anterior nos lleva a,

$$f' = f\left(\frac{v-v_0}{v}\right) \quad (10) \quad \Rightarrow \quad f' < f \quad \text{pues} \quad \frac{v-v_0}{v} = 1 - \frac{v_0}{v} < 1$$

- **Fuente sonora y observador en movimiento**

Si el observador y la fuente se acercan, sea f_1' la frecuencia observada cuando la fuente se acerca al observador y éste está en reposo; entonces, de acuerdo con la ecuación (7),

$$f'_1 = f\frac{v}{(v-v_F)}$$

Si ahora el observador marcha hacia la fuente, $f = f_1'$ (pues la fuente se acerca al observador) y la ecuación (9) nos da,

$$f' = f_1'\left(\frac{v+v_0}{v}\right) = f\frac{\cancel{v}}{(v-v_F)}\left(\frac{v+v_0}{\cancel{v}}\right) \quad \Rightarrow \quad f' = f\left(\frac{v+v_0}{v-v_F}\right) \quad (11)$$

Si el observador y la fuente se alejan, sea f_1' la frecuencia observada cuando la fuente se aleja del observador y éste está en reposo; entonces, de acuerdo con la ecuación (8),

$$f_1' = f\frac{v}{v+v_F}$$

Si ahora el observador se aleja de la fuente, $f = f_1'$ (pues la fuente se aleja del observador) y la ecuación (10) nos da,

$$f' = f_1'\left(\frac{v - v_0}{v}\right) = f\frac{\cancel{v}}{(v + v_F)}\left(\frac{v - v_0}{\cancel{v}}\right) \Rightarrow f' = f\left(\frac{v - v_0}{v + v_F}\right) \quad (12)$$

Nota que las ecuaciones (11) y (12) se pueden expresar como una sola ecuación,

$$\boxed{f' = f\left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_F}\right)} \quad (13)$$

Donde se cumple que,

- $+v_0$ si el observador se acerca a la fuente y $-v_0$ si se aleja de ella.
- $-v_F$ si la fuente se acerca al observador y $+v_F$ si se aleja de ella.

Es importante destacar que la ecuación (13) es más general que el conjunto de (11) y (12). Esto es así porque (12) se puede aplicar también cuando:

- La fuente se acerca y el observador se aleja.
- La fuente se aleja y el observador se acerca.

8. Contaminación acústica. Ultrasonidos y sus aplicaciones

8.1. Contaminación acústica

La contaminación atmosférica se ha convertido en un grave problema social, puesto que la formación del ***smog*** (gases, humos, polvo, radiaciones y microorganismos), característico de los grandes complejos industriales, provoca serios inconvenientes sanitarios.

A estos agentes contaminantes hemos de añadir uno más: **el ruido**; propio de los grandes núcleos urbanos, donde el tráfico rodado es intenso. En los últimos treinta años se ha producido un incremento importante del ruido ambiental debido al aumento de la densidad de población, a la mecanización de las actividades humanas y a la utilización masiva de vehículos a motor.

Los ruidos de gran intensidad, por encima de 120 *dB*, causan dolor al oído; exposiciones, incluso muy breves, a ruidos de intensidad superior a 140 *dB* pueden romper el tímpano y ocasionar sordera permanente. Las exposiciones más prolongadas, para niveles superiores a 60 *dB*, también pueden dañar el oído.

Los dispositivos que miden el nivel de ruido se denominan ***sonómetros***.

Según la OCDE[19], unos 300 millones de personas residen en zonas donde los ruidos ambientales superan los 65 *dB*, lo que sobrepasa el nivel máximo de ruido admisible. Se ha demostrado que la exposición a ruidos muy fuertes (música incluida) hace que el oído pierda sensibilidad, especialmente para las frecuencias altas. Entre los jóvenes aumentan los problemas acústicos derivados de la utilización de cascos para escuchar música y también del elevado nivel de ruido existente en los lugares de diversión.

Para evitar la contaminación acústica se adoptan dos tipos de medidas:

- **Activas**. Actúan contra los focos emisores de ruidos. Entre ellas están los silen-

[19]Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. Es una organización de cooperación internacional, compuesta por 30 estados, cuyo objetivo es coordinar sus políticas económicas y sociales. Fue fundada en 1960 y su sede central se encuentra en la ciudad de París, Francia.

ciadores de los coches, la prohibición de tráfico rodado y de vuelos a baja altura en ciertas zonas urbanas, la prohibición de sonidos de gran intensidad (bocinas, altavoces, etc).

- **Pasivas**. Amortiguan la propagación del sonido y su impacto. Son medidas pasivas las insonorizaciones de discotecas, viviendas o electrodomésticos, los auriculares antirruido, los muros y las barreras verdes (de árboles) para reducir el ruido provocado por el tráfico en autovías, etc

  Para insonorizar un edificio se lo rodea de un material que tenga una gran capacidad de absorción de la radiación sonora, como la lana de vidrio.

Las fuentes emisoras de ruido y sus efectos en el organismo humano, en función del su nivel de intensidad sonora, son:

Decibelios	Fuentes emisoras ruido	Efectos en organismo
0 -30	Pájaros trinando, biblioteca, rumor de las hojas de los árboles	No hay
30 – 55	Interior de una casa, ordenador, conversación norma.	Dificultad para conciliar el sueño. Pérdida de calidad del sueño.
55- 75	Lluvia, interior de un restaurante, ronquidos, aspirador, televisor con volumen alto, camión de la basura	Dificultad en la comunicación verbal Probable interrupción del sueño
75 – 100	Interior de discotecas, motocicletas sin silenciador, vivienda próxima a un aeropuerto, claxon autobús.	Influencias de orden fisiológico en el sistema nervioso. Problemas psíquicos. Peligro lesión auditiva.
100 – 130	Taladradoras de percusión, avión a baja altura.	Lesiones en células nerviosas. Dolor y trastornos graves.
140	Avión próximo (20 m) despegando.	Umbral del dolor.

8.2. Ultrasonidos y sus aplicaciones

Las ***ondas ultrasónicas*** u ***ultrasonidos*** son ondas mecánicas longitudinales y de presión cuya frecuencia es superior al límite de audición humana. Pueden tener una frecuencia de hasta 10^8 *Hz*. En estas condiciones la longitud de onda puede alcanzar un valor de $5 \cdot 10^{-5}$ *m*, del orden de la longitud de onda de la luz visible. Como la energía que transportan las ondas es proporcional al cuadrado de su frecuencia, resulta que los ultrasonidos transmiten mucha energía.

Muchas aplicaciones de los ultrasonidos se deben, precisamente, a la energía que transportan. Por otro lado, su pequeña longitud de onda permite:

1. Dirigirlos en haces muy finos (como ocurre con la luz) lo que los hace idóneos para enviar señales).
2. Su reflexión en superficies muy pequeñas, lo que hace posible sus uso para visualizar objetos invisibles directamente, como se verá después.

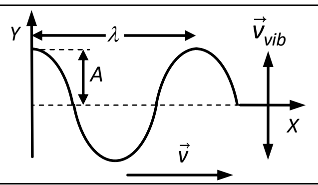
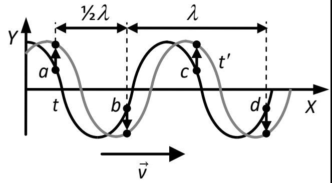
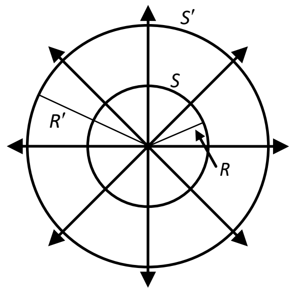
Una fuente habitual utilizada para generar sonidos es el cristal de cuarzo, mediante el fenómeno de la ***piezoelectricidad***. Los cristales de cuarzo, convenientemente tallados, sometidos a una corriente alterna se dilatan y contraen periódicamente y, por el contrario, dan origen a corrientes alternas cuando se los comprime y dilata alternativamente. Así, una lámina de cuarzo sometida a una corriente alterna conveniente, producirá ondas mecánicas que se propagarán por el medio; si esas ondas inciden sobre otra lámina de cuarzo, producirán en ella pequeñas compresiones y dilataciones que generarán una corriente alterna. La piezoelectricidad proporciona, pues, un mecanismo productor y detector de ultrasonidos. Entre las muchas aplicaciones de los ultrasonidos, podemos citar las siguientes:

- **Sondeos marinos**, para medir la profundidad del mar. Un haz de ultrasonido es dirigido hacia abajo desde un barco y se refleja en el fondo del mar. La profundidad se calcula multiplicando la velocidad del ultrasonido por el tiempo que le cuesta llegar al fondo[20]. Se llama ***sónar*** a esta técnica y también se usa para encontrar bancos de peces, localizar naves hundidas, submarinos, conocer el relieve del fondo marino, …
- **Comunicaciones submarinas**. Las ondas electromagnéticas de radio no son útiles en el medio acuoso. Los ultrasonidos hacen posible la comunicación por radio debajo del agua.
- **Limpieza, perforación y soldadura**. Los ultrasonidos hacen que se desprendan incrustaciones de materias extrañas (por ejemplo, cal) en las tuberías metálicas. También permiten la perforación de materiales muy duros cuando los taladros convencionales no son útiles y son de particular importancia en la soldadura del aluminio al desprender la capa de óxido superficial que la impide.
- **Aplicaciones médicas**. Los ultrasonidos se han utilizado con éxito para desintegrar las piedras que se forman en los riñones facilitando de ese modo su extracción. Los ultrasonidos las pulverizan y el cuerpo las expulsa.

  Permiten, además, visualizar tejidos internos y órganos (como el hígado o el bazo) que son casi invisibles para los rayos X; así como "ver" el feto en sus distintas etapas de desarrollo sin ningún peligro para el mismo. Los diversos grados de reflexión de las áreas exploradas se reciben en un receptor ultrasónico y se analizan en un ordenador, que construye una ***ecografía*** de la región y la proyecta en un monitor.
- **Halografías acústicas**. Una de las aplicaciones más actuales de los ultrasonidos es la obtención de ***holografías acústicas***, semejantes a las ópticas, que permiten la visualización de objetos en tres dimensiones.

  El método consiste en la instalación de dos emisores de ultrasonidos que se interfieren después de haber pasado uno de ellos por el objeto que se quiere visualizar. Los fenómenos de interferencia entre el haz del objeto y el de referencia producen una serie de diminutas ondas fijas que en su conjunto constituyen el holograma. Las halografías acústicas se aplican en medicina (imágenes de órganos); arqueología y geología.

[20]El ultrasonido reflejado regresa al barco y es captado por el sónar, que mide el tiempo que emplea en el viaje de ida y vuelta.

FÓRMULAS SELECTIVIDAD	UTILIZACIÓN	
Relación entre la longitud de onda (λ) y frecuencia (f) y velocidad (v) de propagación en una onda: $v=\lambda f$	• Halla la velocidad de la onda (v) en función de λ y f. • Sabiendo v, podemos hallar λ ó f si conocemos uno de los dos parámetros	
Dos formas de expresar la ecuación de ondas: $y=A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$ $y=A\sin\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]$	• Ec. permite halla elongación (y) de una partícula en función de su posición (x) y del tiempo (t). • Longitud onda (λ); periodo (T); amplitud (A); frecuencia angular (ω); número ondas (k); fase inicial (φ).	
Velocidad de vibración (v_{vib}) y aceleración (a) de las partículas oscilantes: $v_{vib}=\omega A\cos\left[(\omega t\mp kx)+\varphi\right]$ y $a=-\omega^2 y$	• Ecuaciones para hallar la velocidad de vibración (v_{vib}) y la aceleración (a) de las partículas oscilantes en función de la posición y del tiempo.	
Fase ecuación ondas (Φ): $\Phi=2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi$ ó $\Phi=(\omega t\mp kx)+\varphi$ **Diferencia de fase de dos partículas de posiciones x_1 y x_2 en los instantes t_1 y t_2**: $\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2=(\omega t_1-kx_1)-(\omega t_2-kx_2)$ **Si es en el mismo instante t**: $\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2=kx_1-kx_2=k(x_1-x_2)$	Haciendo $\sin\Phi=0,\,1,\,-1,\,\pm1$ encontramos: • Para un x dado, los instantes en los que la partícula tiene elongación nula (0), máxima positiva (1), máxima negativa (−1) o máxima sin signo (±1). • Para un t dado, las posiciones de las partículas que tienen elongación nula (0), máxima positiva (1), máxima negativa (−1) o máxima sin signo (±1).	
	Haciendo $\cos\Phi=0,\,1,\,-1,\,\pm1$ encontramos: • Para un x dado, los instantes en los que la partícula tiene velocidad nula (0), máxima positiva (1), máxima negativa (−1) o máxima sin signo (±1). • Para un t dado, las posiciones de las partículas que tienen velocidad nula (0), máxima positiva (1), máxima negativa (−1) o máxima sin signo (±1).	
• **Partículas en fase**: igual elongación (y), velocidad vibración (v_{vib}) y aceleración (a). • **Partículas en oposición de fase**: igual elongación (y), velocidad vibración (v_{vib}) y aceleración (a), pero de signos contrarios.	En la figura: • Partículas en fase (a y c lo están) cumplen: $\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2=2n\pi\quad n=\pm1,\pm2,\pm3,\ldots$ • Partículas en oposición fase (a y b lo están) cumplen: $\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_2=m\pi\quad m=\pm1,\pm3,\pm5,\ldots$	
Energía mecánica partículas oscilantes: $E_m=2\pi^2 mf^2A\Rightarrow\begin{cases}E_m\,\alpha\,f^2\\E_m\,\alpha\,A\end{cases}$	Ecuación que expresa que la energía mecánica es: • Directamente proporcional al cuadrado frecuencia (f). • Directamente proporcional a la amplitud (A).	
Intensidad (I) onda esféricas: $I=\frac{E}{t\cdot S}=\frac{E/t}{S}=\frac{P_e}{4\pi R^2}\left(\frac{W}{m^2}\right)$ donde $P_e=\frac{E}{t}\ (W)$	• Ecuación que expresa la intensidad (I) de una onda esférica en función de la potencia del foco (P_e) y del radio (R) del frente de ondas. • E representa la energía que atraviesa una superficie esférica S de radio R en un tiempo t.	
Relación entre la intensidad, amplitud y distancia al foco en ondas esféricas: $\frac{I}{I'}=\frac{R'^2}{R^2}=\frac{A^2}{A'^2}$	• En ondas esféricas la ecuación permite obtener la intensidad (I'), la distancia al foco (R') o la amplitud (A') en un frente de ondas (ver figura) en función de I, R y A conocidos de otro frente de ondas.	
Nivel de intensidad sonora (β) en un punto: $\beta=10\log\frac{I}{I_0}\ (dB)\quad I_0=10^{-12}\ W/m^2$	• Escala adecuada para medir el sonido. No tiene dimensiones, pero sí unidades. En SI es el *decibelio* (dB). • La ecuación permite obtener β en función de I. • I_0 es una intensidad de referencia, que se toma igual a la intensidad umbral a la frecuencia de 1000 Hz	