FÍSICA Y QUÍMICA 1º DE BACHILLERATO
TEMA 1: EL MÉTODO CIENTÍFICO. LA MEDIDA

1. La Física y la Química.
2. El método científico.
3. Sistema físico. Magnitudes y unidades.
4. Magnitudes escalares y vectoriales.
5. Operaciones vectoriales elementales.
   - 5.1. Suma de vectores.
   - 5.2. Diferencia de vectores.
   - 5.3. Producto de un número por un vector.
   - 5.4. Proyección de un vector sobre un eje.
   - 5.5. Componentes o coordenadas de un vector.
   - 5.6. Suma de vectores en componentes.
   - 5.7. Producto escalar.
   - 5.8. Producto vectorial.
6. Ecuaciones vectoriales
7. Representaciones gráficas.
8. Instrumentos de medida.
9. Datos experimentales y errores.
10. Cifras significativas y redondeos.

Autor: Luis A. Cordón Montón
Catedrático de Física y Química
IES “Sancho III el Mayor” (Tafalla)

1. La Física y la Química

Uno de los impulsos más antiguos de la especie humana ha sido el deseo de adquirir conocimientos. En las razas primitivas la forma de conocimiento más deseada era la que resultaba útil al hombre en su lucha por la subsistencia y, por lo tanto, el motivo del conocimiento era puramente práctico. A medida que la civilización avanza, la curiosidad se convierte en uno de los incentivos más importantes y, en consecuencia, muchas veces se busca el conocimiento por el conocimiento mismo.

Para adquirir conocimientos es necesario un método que permita alcanzarlo de una forma eficaz. Galileo (1564-1642) y Newton (1642-1727) fueron los primeros en aplicar un método útil para estudiar fenómenos[1] naturales. Éste se conoce con el nombre de ***método científico***, y actualmente se denomina ***Ciencia*** a toda forma de sabiduría obtenida por la aplicación del mismo. La ***Física*** y la ***Química*** son dos disciplinas que aplican este método y Galileo y Newton son los padres de la Física actual.

La palabra ***Física*** procede del griego *fisis* y significa Naturaleza. Este nombre es perfecto porque *la Física es el estudio de la Naturaleza y su objetivo es comprender y explicar los fenómenos naturales, fenómenos que resultan de las fuerzas que se ejercen los componentes íntimos de la materia*[2]. Sin embargo, el estudio de la Naturaleza es tan amplio que han surgido otras ciencias naturales (Química, Biología, Geología...) que se ocupan de un extenso grupo de fenómenos que han "escapado" del campo de la Física.

Una parte muy importante de la Física se ocupa del estudio de fenómenos asociados a los cuerpos que provocan y/o sufren modificaciones en su estado que no alteran su estructura interna. Entre estos fenómenos se encuentran los siguientes:
Mecánicos (movimiento y causas que lo provocan)
Electromagnéticos (electricidad y magnetismo)
Luminosos
Caloríficos
Acústicos

La palabra ***Química*** proviene del griego *Khemia* y se asocia a aquellos saberes relacionados con la naturaleza íntima de la materia y sus transformaciones. En consecuencia, se puede definir la Química como *la ciencia que estudia las modificaciones internas de la materia que provocan cambios en la estructura de la misma*.

Los fenómenos naturales se pueden clasificar, sin mucha precisión, en ***físicos*** (cuando la estructura interna de los cuerpos que intervienen no cambia) y ***químicos*** (cuando sí lo hace). Dos ejemplos nos ayudaran a distinguirlos. El movimiento de un coche es un fenómeno físico (no hay cambios en la estructura del coche, tan solo varía la posición del mismo), mientras que la combustión de la gasolina que mueve el motor es un fenómeno químico (la gasolina desaparece como tal, obteniéndose dióxido de carbono y agua).

[1]Desde el punto de vista de las Ciencias, un *fenómeno* es cualquier cambio que se produce en la naturaleza. Por ejemplo, la combustión de una cerilla o la chispa eléctrica de un rayo.
[2]*Materia* es todo aquello que tiene masa y ocupa un volumen en el espacio.

La Física y la Química son *ciencias experimentales*, por lo que su desarrollo implica el tratamiento empírico de los fenómenos que estudian. Esto significa que, en el estudio de cualquier fenómeno físico o químico, existe una fase de laboratorio que implica la medida de las magnitudes físicas asociadas a los mismos y que culmina con una relación entre las citadas magnitudes que recibe el nombre de ***ley empírica***.

2. El método científico

Aunque no se puede hablar de un método científico único y global, es cierto que toda investigación científica comprende varias etapas que se pueden resumir en los siguientes apartados:

- **Observación del fenómeno a estudiar**. Se trata de describir los aspectos más relevantes del mismo y de descubrir los factores que tienen relación con él. La observación suele estar motivada por la curiosidad del científico.
- **Formulación de hipótesis**[3]. Es elaborar una explicación provisional que justifique el fenómeno observado.
- **Experimentación**. Es una observación controlada del fenómeno. La repetición controlada del fenómeno permite observarlo modificando las condiciones iniciales; es decir, las variables que pueden influir en el mismo.

  Esta etapa implica la medida de las magnitudes físicas que intervienen en las hipótesis formuladas y la elaboración de tablas de datos y representaciones gráficas que pueden confirmar o rechazar las hipótesis. Cuando los experimentos confirman una hipótesis, el científico, a partir de las tablas de datos y gráficos, tratan de obtener relaciones entre las magnitudes medidas. Estas relaciones se denominan ***leyes empíricas*** y se expresan en el lenguaje matemático mediante ecuaciones.

  Cuando una ley expresa un hecho o una proposición fundamental se la llama ***principio*** (por ejemplo, los tres principios de la Dinámica). Una ley empírica no es nunca un hecho definitivo ya que depende tanto de la exactitud de los datos recogidos por el investigador como de las comprobaciones e investigaciones realizadas por otros científicos. En este sentido una ley puede ser enriquecida, matizada o, simplemente, anulada.

  A veces, los experimentos y la intuición de los científicos les llevan a formular proposiciones que se admiten como ciertas sin demostración porque permiten explicar hechos experimentales. Reciben el nombre de ***postulados*** (por ejemplo, los postulados de Bohr sobre los átomos)
- **Elaboración de teorías** que expliquen los fenómenos observados y las leyes empíricas, ofreciendo una interpretación global de todas ellas.

  Por lo general, la elaboración de una teoría requiere que el científico proponga un ***modelo***[4] de la situación que está estudiando. La aplicación de razona-

[3]Las hipótesis son proposiciones provisionales y exploratorias y, por tanto, su valor de veracidad o falsedad depende de las pruebas empíricas.

[4]Un *modelo científico* es una simplificación de la realidad objeto de estudio que permite aplicar razonamientos deductivos expresados en el lenguaje matemático.

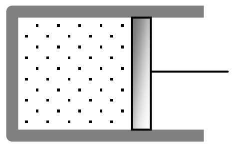
mientos deductivos al modelo, expresados en el lenguaje matemático, permite explicar observaciones y leyes empíricas, obtener nuevas leyes y predecir nuevos fenómenos

Cuando se producen nuevas observaciones o hechos experimentales que una teoría no puede explicar, caben dos opciones:

1. Ampliar la teoría para abarcar los nuevos resultados.
2. Rechazarla y sustituirla por otra, si lo anterior no es posible.

El siguiente ejemplo nos ayudará a comprender el método científico y sus etapas:

En el siglo XVII el científico Robert Boyle observa que al disminuir el volumen de un gas aumenta su presión (ver figura). La hipótesis que formula para explicar el fenómeno es que, para una cantidad determinada de gas, debe haber una relación entre el volumen y la presión.



El análisis de los resultados de muchos experimentos con distintos gases a temperaturas y masas diferentes permite deducir la siguiente ley empírica: *para una cantidad fija de gas a temperatura constante, el producto de su presión por su volumen es una constante cuyo valor depende de la cantidad y temperatura del gas, pero no de su naturaleza.* Matemáticamente se expresa así:

$$P \cdot V = K$$

donde K es una constante que depende de la cantidad de gas presente y de la su temperatura. La ley anterior y otras leyes experimentales tienen su explicación en la ***Teoría cinética*** de los gases. Esta teoría utiliza un modelo de gas, denominado *gas ideal*, que cumple las siguientes premisas:

a) Las partículas que forman el gas se mueven al azar por el recipiente que las contiene.
b) El volumen de las partículas del gas es despreciable frente al volumen que ocupa éste.
c) Las partículas del gas no se ejercen fuerzas entre ellas.
d) Cuando una partícula del gas colisiona con las paredes del recipiente, rebota con la misma energía que tenía.

Aplicando la Mecánica (rama de la Física que estudia el movimiento) y las Matemáticas al modelo anterior se construye la teoría. Como los gases reales no cumplen exactamente las premisas del modelo, los resultados teóricos se desvían de los experimentales. Sin embargo, teniendo en cuenta que en unos casos esta desviación es mínima y en otros puede ser corregida, podemos considerar que esta teoría es muy satisfactoria.

3. Sistema físico. Magnitudes y unidades

La Física y la Química tienen por objeto comprender y explicar los fenómenos naturales en la forma más detallada posible, fijando sus causas y su evolución en el tiempo.

Recordemos que, desde el punto de vista de las Ciencias, un fenómeno es cualquier cambio que se produce en la Naturaleza, como la combustión de una cerilla o el cambio de posición de un cuerpo.

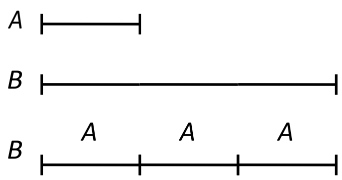
*La porción de materia (en el sentido amplio; es decir, que incluye la radiación electromagnética) que forma parte de un fenómeno se denomina **sistema físico**.* Ejemplos de sistemas físicos son: una estrella, una disolución, un haz luminoso o un muelle elástico.

La observación de un fenómeno es en general incompleta a menos que de lugar a una información cuantitativa. Para ello se requiere la medición de una magnitud física.

*Una **magnitud física** de un sistema es cualquier cualidad del mismo susceptible de comparación; es decir, de poderse determinar cuántas veces contiene a la misma cualidad de otro sistema físico de la misma especie.*

*Determinar cuántas veces una magnitud contiene a otra de la misma especie es **medir** la primera magnitud tomando como patrón la segunda*. El número de veces que una magnitud contiene al patrón elegido se llama ***cantidad*** de esa magnitud y la cantidad arbitraria tomada como patrón es la ***unidad***.

La medida de una magnitud se expresa mediante un número y una unidad, que constituyen la cantidad. *La medición es una técnica por medio de la cual asignamos un número a una magnitud física, como resultado de una comparación de dicha magnitud con otra similar tomada como patrón y adoptada como unidad*.



Pongamos un ejemplo para aclarar las ideas anteriores. Consideremos las varillas *A* y *B* de la figura. Vemos que, si aplicamos la varilla *A* sobre la *B*, ésta contiene a *A* tres veces. Por tanto, la varilla tiene una cualidad susceptible de ser medida. La magnitud medida de este modo se denomina ***longitud***. Si la cantidad de longitud de *A* se toma como unidad y la llamamos, por ejemplo, *metro*, la cantidad de longitud de *B* es de 3 metros. La longitud es una magnitud y 3 metros una cantidad.

Antes de efectuar una medición es necesaria una unidad para cada magnitud a medir. La elección de las unidades que utilizamos para medir las magnitudes físicas es arbitraria. Para esta finalidad están los sistemas de unidades.

*Un **sistema de unidades** es una agrupación coherente de unidades a emplear para medir las diferentes magnitudes.*

Se forman escogiendo unas cuantas magnitudes, llamadas ***fundamentales***, cuyas unidades (***unidades fundamentales***) se definen directamente. Se necesitan sólo siete unidades fundamentales para construir un sistema de unidades.

El ***Sistema Internacional de unidades (SI)***, que es que vamos a emplear, escoge como magnitudes y unidades fundamentales las siguientes:

Magnitud	**Unidad**
Longitud	Metro (*m*)
Masa	Kilogramo (*kg*)
Tiempo	Segundo (*s*)
Intensidad de corriente	Amperio (*A*)
Temperatura	kelvin (*K*)
Cantidad de sustancia	Mol (*mol*)
Intensidad luminosa	Candela (*Cd*)

El resto de las magnitudes reciben el nombre de ***derivadas*** porque sus unidades (***unidades derivadas***) quedan automáticamente establecidas una vez que se conoce la ecuación que expresa dicha magnitud en función de magnitudes fundamentales o de magnitudes derivadas cuyas unidades ya se han definido.

Ejemplo: la magnitud derivada fuerza es el producto de la masa por la aceleración $(F = ma)$. De acuerdo con la tabla anterior, la unidad de fuerza en el S.I. es el $kg \cdot m/s^2$, que recibe el nombre de *Newton* (*N*). Es decir, $1N = 1kg \cdot 1m/s^2$, por lo que 1 *N* es la fuerza que hay que aplicar sobre la masa de 1 *kg* para comunicarle una aceleración de 1 m/s^2

Dimensiones de una magnitud

La medida de una magnitud puede expresarse en distintas unidades, sin embargo la magnitud sigue siendo la misma; por ejemplo, un área sigue siendo un área esté expresada en cm^2, m^2 ó hectáreas. En consecuencia, si representamos a las magnitudes fundamentales mediante símbolos convenidos, podemos encontrar la relación entre una magnitud derivada cualquiera y las fundamentales de las que deriva; todo ello sin hacer referencia a unidad alguna.

Las magnitudes fundamentales reciben el nombre de ***dimensiones fundamentales***. En Mecánica todas las magnitudes derivadas se definen en función de las fundamentales masa, longitud y tiempo, que se representan con los símbolos M, L y T. La ecuación que expresa la relación entre una magnitud y las fundamentales de las que deriva se conoce como ***ecuación de dimensiones***. Para denotar las dimensiones de una magnitud se usan corchetes, [ ].

Por ejemplo, la distancia *d* cubierta en un tiempo *t* por un objeto que parte del reposo y se mueve con aceleración constante a, es $d = ½at^2$. Las dimensiones de *d* y *t* son [d] = *L* y [t] = *T*; mientras que las de *a*, al ser $a = 2d/t^2$, son,

$$[a] = \frac{[d]}{[t]^2} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} = \mathrm{LT}^{-2}$$

El ***análisis dimensional*** es importante en Física y en Química para determinar relaciones experimentales entre magnitudes. Por otro lado, ayuda en el trabajo con ecuaciones, ya que, *toda ecuación ha de ser dimensionalmente correcta, esto es, las dimensiones de los dos miembros de la misma han de ser iguales. Si no es así, es seguro que la ecuación es errónea.*

4. Magnitudes escalares y vectoriales

De acuerdo con lo visto en el punto anterior, da la impresión de que todas las magnitudes se pueden determinar completamente con un número y una unidad. Efectivamente, así ocurre con muchas de ellas, como por ejemplo la densidad, la temperatura o el tiempo. Estas magnitudes se denominan ***escalares.***

Existen otras magnitudes que exigen para su completa determinación que se añada una dirección y un sentido al número y a la unidad con los que se expresa su medida. Este es el caso de la fuerza o de la velocidad. Decir, por ejemplo, que un objeto lleva una velocidad de 4 *m/s* es dar una información incompleta; es necesario indicar la dirección y el sentido de su movimiento para que la magnitud que-de completamente determinada. Este tipo de magnitudes se llaman ***vectoriales*** porque se pueden representar por un ente matemático denominado ***vector***.

Los vectores se pueden definir y estudiar de una manera puramente geométrica. Conocidas las matemáticas de los vectores y aplicándolas a las magnitudes vectoriales*, se obtiene una gran simplificación en el estudio de la Física*.

Recordemos que*, geométricamente, un **vector** es un segmento de recta orientado en el espacio* (ver figura). Las características de un vector son:

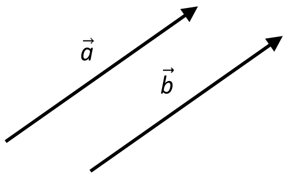
Módulo. Es la longitud del segmento.

Dirección. La de la recta que contiene al segmento.

Sentido. La orientación de la recta indicada por la punta de la flecha.

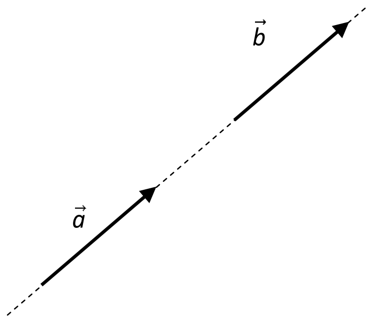
Punto de aplicación u origen. El punto donde se aplica.

Por ejemplo, sea un cuerpo sometido a una fuerza de 6 *N* en una orientación dada. Entonces representamos a la magnitud por un vector cuyo módulo es de 6 unidades de longitud (*mm*, *cm* ...) y convenimos en que cada unidad represente, a su vez, 1 *N*. El vector lo aplicamos en el punto en el que actúa la fuerza y le asignamos su misma dirección y sentido.

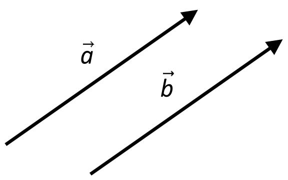


Se pueden distinguir los siguientes tipos de vectores:

Fijos, cuando su punto de aplicación se aplica en un punto fijo. Los vectores fijos $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura superior son distintos, porque, aunque tienen igual módulo, dirección y sentido, se aplican en puntos diferentes.
Dos vectores fijos son ***equipolentes*** si tienen igual módulo, dirección y sentido. Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura anterior son equipolentes.



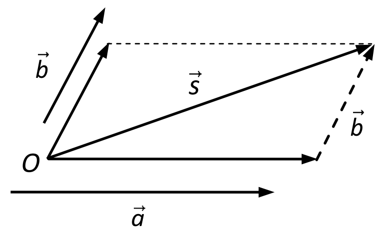
Deslizantes, cuando su punto de aplicación se puede trasladar a lo largo de su recta directriz. Los vectores deslizantes $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura inferior son el mismo, pues, además de tener igual módulo, dirección y sentido, sus puntos de aplicación están en la misma recta directriz.
Un vector deslizante es el conjunto de todos los vectores fijos que se encuentran en la misma recta. En realidad estos vectores no se pueden dibujar puesto que no tienen definido el punto de aplicación; así, los de la figura son fijos porque están localizados en un punto concreto. Cualquier vector fijo dibujado en una recta dada representa al vector deslizante (de igual módulo, dirección y sentido) definido en dicha recta y recibe el nombre de ***representante*** del mismo.



Libres, cuando no tienen definido el punto de aplicación. Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura representan el mismo vector libre pues tienen igual módulo, dirección y sentido.
Un vector libre es el conjunto de un vector fijo y todos sus equipolentes. Al igual que ocurre con los vectores deslizantes, los libres no se pueden dibujar. Cualquier vector fijo representa al vector libre de igual módulo, dirección y sentido, esto es, es un representante del mismo.

5. Operaciones vectoriales elementales

5.1. Suma de vectores



Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores libres dados. *La **suma** $\vec{a}+\vec{b}$ es, por definición, un vector $\vec{s}$ que se obtiene eligiendo un punto O arbitrario y efectuando cualquiera de las dos construcciones que se indican en la figura*.

De la definición de suma se desprende que si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ están en la misma recta; esto es, si son ***colineales***, el vector suma tiene la dirección de la recta que contiene a los vectores y que el módulo del vector suma es,

$|\vec{s}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen el mismo sentido

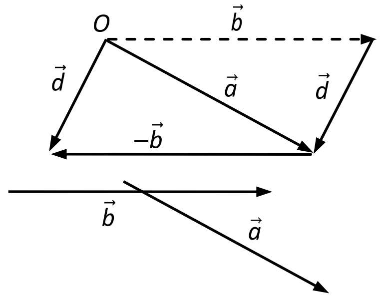
$|\vec{s}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$ si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen sentido opuesto y $|\vec{a}|>|\vec{b}|$

$|\vec{s}|=|\vec{b}|-|\vec{a}|$ si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen sentido opuesto y $|\vec{a}|<|\vec{b}|$

donde $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ y $|\vec{s}|$ son respectivamente los módulos de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{s}$.

Se desprende, como una consecuencia de las propiedades elementales de Geometría, que el vector $\vec{s}$ no depende de la elección de punto O.

5.2. Diferencia de vectores



*La **diferencia** $\vec{a}-\vec{b}$ de dos vectores libres $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es otro vector $\vec{d}$ que cumple que,*

$$\vec{d}+\vec{b}=\vec{a}$$

Para obtener el vector $\vec{d}$ basta sumar al vector $\vec{a}$ el opuesto al vector $\vec{b}$ (que se designa con $-\vec{b}$ y es un vector del mismo módulo y dirección que $\vec{b}$ pero de sentido opuesto). Las dos construcciones de la figura prueban la afirmación.

Observa que la suma y la diferencia de vectores se han definido para vectores libres. Estas operaciones también son válidas para vectores fijos que tengan punto de aplicación común o que el punto de aplicación de uno de ellos coincida con el extremo del otro. Asimismo son válidas para vectores deslizantes cuyas rectas directrices se corten.

5.3. Producto de un número por un vector

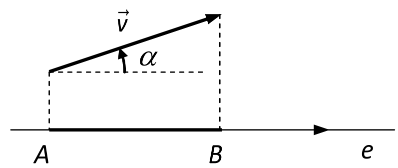
Se llama ***producto*** *de un número λ por un vector $\vec{v}$, y se indica con $\lambda\vec{v}$, al vector que tiene por módulo $|\lambda||\vec{v}|$, por dirección la de $\vec{v}$, y por sentido el de $\vec{v}$ ó su opuesto, según que λ sea positivo o negativo*.

Esta operación permite considerar a un vector $\vec{v}$ como el producto de su propio módulo $|\vec{v}|$ por un vector unitario $(\vec{u})$ de la misma dirección; esto es,

$\vec{v}=|\vec{v}|\vec{u}$ (Si $\vec{v}$ y $\vec{u}$ tienen el mismo sentido)

$\vec{v}=-|\vec{v}|\vec{u}$ (Si $\vec{v}$ y $\vec{u}$ tienen sentido opuesto)

5.4. Proyección de un vector sobre un eje



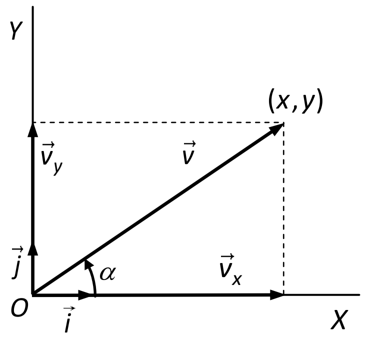
Sea *e* un eje; esto es, una recta orientada. Se llama ***proyección de un vector*** $\vec{v}$ *sobre el eje e, y se indica con la notación v_e, a la longitud AB indicada en la construcción de la figura, tomada con signo + ó − según que el sentido de A hacia B sea el mismo u opuesto que el del eje e*. De la figura se desprende que,

$$v_e = \left|\vec{v}\right| \cos\alpha$$

en adelante, cuando no haya peligro de confusión, designaremos a $\left|\vec{v}\right|$ como v.

Observa que la orientación del eje implica que α tiene que medirse desde el eje y en el sentido opuesto al de las agujas del reloj.

5.5. Componentes o coordenadas de un vector



Cualquier vector $\vec{v}$ localizado en el plano se puede expresar como la suma de otros dos, a los que se les conoce como ***vectores componentes*** de $\vec{v}$. Los más usados son los componentes rectangulares, en los que el vector se expresa como la suma de dos vectores mutuamente perpendiculares situados en los ejes de un sistema de coordenadas (ver figura); es decir,

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

Designando por v_x y v_y a las proyecciones de $\vec{v}$ en los ejes *OX* y *OY* respectivamente, de la definición de proyección de un vector sobre un eje y de la figura, se deduce que,

$$v_x = v\cos\alpha \;\; \text{y} \;\; v_y = v\sin\alpha$$

que se cumple sea cual sea el cuadrante en el que está el vector. Definiendo los vectores unitarios $\vec{i}$ y $\vec{j}$ en las direcciones de los ejes *OX* y *OY* tenemos que,

$$\vec{v}_x = v_x\vec{i} \;\; \text{y} \;\; \vec{v}_y = v_y\vec{j}$$

Por consiguiente,

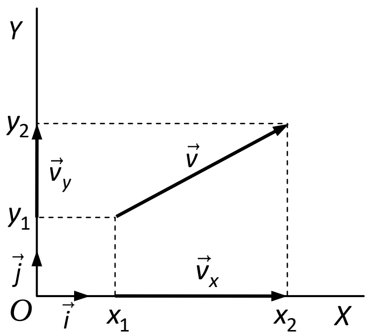
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}; \;\; v^2 = v_x^2 + v_y^2 \;\; \text{y} \;\; tg\alpha = v_y / v_x$$

Así que un vector en el plano, respecto a un sistema de coordenadas dado, viene determinado por dos números que son sus ***componentes*** o ***coordenadas***, v_x y v_y, en el sistema elegido.

En el caso particular de que el vector esté situado en uno de los ejes, por ejemplo *OX*, tenemos que $v_y = 0$; por lo que,

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + 0\vec{j} = v_x\vec{i}$$

de lo que se deduce que, un vector localizado en uno de los ejes coordenados queda determinado por un único número: su componente o coordenada en ese eje. El signo de la componente indica el sentido del vector y su valor numérico (sin el signo) el módulo.



En el caso de vectores fijos, la figura anterior muestra que cuando el origen de $\vec{v}$ se localiza en el punto *O*, las coordenadas del extremo del vector coinciden con sus componentes; es decir,

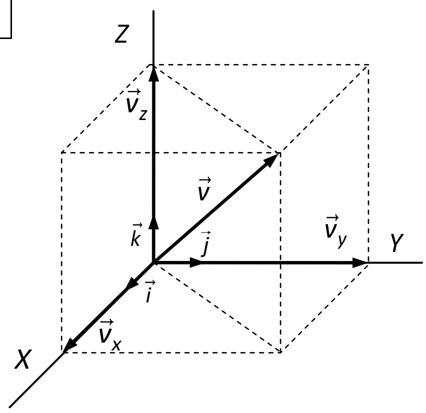
$$v_x = x \;\; \text{y} \;\; v_y = y$$

Para vectores fijos, en general, (ver figura adjunta) se tiene que,

$$v_x = x_2 - x_1 \;\; \text{y} \;\; v_y = y_2 - y_1$$

donde x_1, y_1 son las coordenadas del origen de $\vec{v}$ y x_2, y_2 las de su extremo.

Las componentes de un vector libre son siempre las coordenadas del extremo del representante del vector con punto de aplicación en el punto O del sistema de coordenadas. Las componentes de un vector fijo son las coordenadas del extremo del vector menos las de su origen.



Todo lo dicho para vectores en el plano es generalizable a vectores en el espacio sin más que añadir una componente más (v_z). La figura muestra un vector localizado en el espacio y sus componentes en un sistema de coordenadas cartesianas espaciales. La ecuación que expresa el vector en sus componentes es ahora,

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

5.6. Suma de vectores en componentes

Las componentes del vector suma $\vec{s}$ de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ respecto a un sistema de coordenadas dado son la suma de las componentes de los vectores sumandos; esto es,

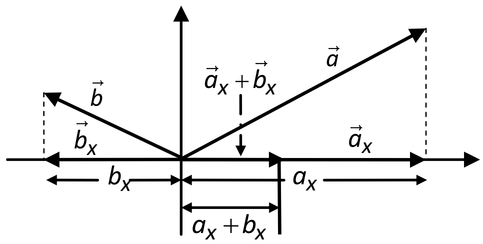
$$s_x = a_x + b_x \quad \text{y} \quad s_y = a_y + b_y$$

En efecto

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = (\vec{a}_x + \vec{a}_y) + (\vec{b}_x + \vec{b}_y)$$

pero se tiene que,

$$\vec{a}_x + \vec{b}_x = a_x\vec{i} + b_x\vec{i} = (a_x + b_x)\vec{i}$$



como se deduce de la construcción geométrica de la figura y lo mismo se cumple en el eje *OY*. Por lo tanto queda que,

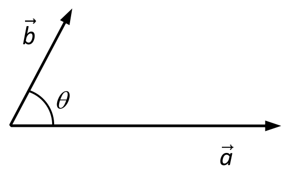
$$\vec{s} = s_x\vec{i} + s_y\vec{j} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

que prueba que las componentes del vector suma son la suma de las componentes de los vectores sumandos.

5.7. Producto escalar

Se llama ***producto escalar*** *de un vector $\vec{a}$ por otro $\vec{b}$ y se indica con $\vec{a}\cdot\vec{b}$* (o simplemente $\vec{a}\vec{b}$) *al número p que se obtiene multiplicando el módulo de $\vec{a}$, el de $\vec{b}$ y el coseno del ángulo θ $(0 \le \theta \le \pi)$ que forman ambos vectores;* es decir,

$$p = \vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta$$



Es claro que $\vec{a}\cdot\vec{a} = a^2$, ya que en este caso el ángulo es cero y $\cos 0 = 1$. Si los vectores son perpendiculares ($\theta = \pi/2$), el producto es cero ya que $\cos\pi/2 = 0$. Teniendo esto en cuenta, los productos escalares de los vectores unitarios son,

$$\vec{i}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{j} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1 \quad \text{y} \quad \vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{i}\cdot\vec{k} = \vec{j}\cdot\vec{k} = 0$$

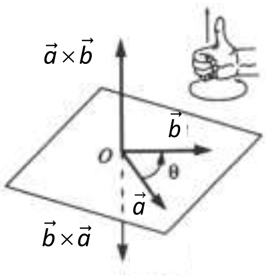
Expresando $\vec{a}$ y $\vec{b}$ en sus componentes rectangulares y recordando que el producto escalar cumple la propiedad distributiva, la expresión analítica de $\vec{a}\cdot\vec{b}$ es,

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$$

5.8. Producto vectorial

Se llama ***producto vectorial*** *de un vector $\vec{a}$ por otro $\vec{b}$, y se designa con $\vec{a}\times\vec{b}$, a un vector $\vec{v}$ cuyo módulo está dado por,*

$$v = \left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = ab\sin\theta$$



donde θ es el ángulo más pequeño formado por $\vec{a}$ y $\vec{b}$. La dirección de $\vec{v}$ es perpendicular al plano formado por $\vec{a}$ y $\vec{b}$, y el sentido está señalado por el dedo pulgar cuando la mano derecha se coloca de la forma en que se muestra en la figura con los demás dedos apuntando en el sentido de la rotación de $\vec{a}$ a $\vec{b}$ siguiendo el ángulo más pequeño.

6. Ecuaciones vectoriales

La expresión $\vec{a}=\vec{b}$ es una ***ecuación vectorial*** que indica que el vector $\vec{a}$ es igual al vector $\vec{b}$. Ahora bien, si dos vectores son iguales, sus componentes respecto a un sistema de coordenadas también han de ser iguales, pues dichas componentes determinan unívocamente al vector, y podemos escribir que,

$$\vec{a}=\vec{b} \Rightarrow a_x=b_x,\ a_y=b_y,\ a_z=b_z \quad \text{(3 ecuaciones escalares)}$$

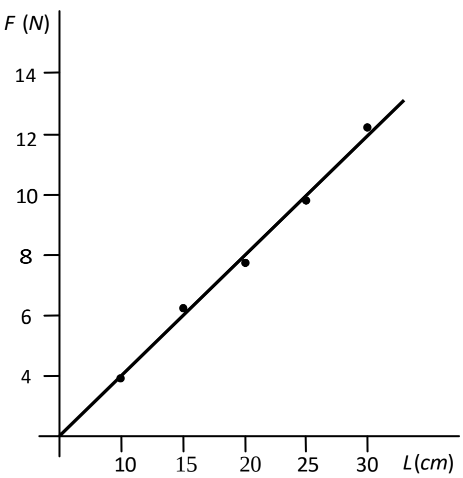
Por lo tanto, una ecuación vectorial en el espacio equivale a tres ecuaciones escalares usuales: las de sus componentes; ecuaciones que *sabemos resolver*. De este modo, usando las componentes de los vectores podemos resolver ecuaciones vectoriales, ecuaciones que abundan en la Física ya que muchas magnitudes sólo se pueden determinar perfectamente mediante vectores.

Lógicamente, si los vectores están localizados en el mismo plano del sistema de coordenadas, la ecuación vectorial, equivale, a dos escalares, pues la tercera componente es nula.

Finalmente, si los vectores están localizados en uno de los ejes coordenados, la ecuación vectorial equivale a una escalar, pues las otras dos son nulas. En este caso, como ya se ha mencionado, el vector viene determinado por un número (su componente en el eje), de modo que el valor absoluto de dicho número da el módulo del vector y su signo el sentido.

7. Representaciones gráficas

Las leyes experimentales son ecuaciones que relacionan magnitudes y que han sido obtenidas de forma experimental. Para llegar a ellas es necesario ordenar los valores obtenidos en sus medidas mediante tablas y gráficas.



Por ejemplo, un científico desea conocer la relación que hay entre la fuerza que ejerce un muelle y su alargamiento. Lo primero que hace es realizar distintos alargamientos y medir las correspondientes fuerzas, anotando los datos en una tabla. Supongamos que la siguiente tabla recoge el resultado de cinco experimentos:

L (cm)	10	15	20	25	30
F (N)	3,8	6,3	7,8	9,8	12,2

A continuación se representan los datos de la tabla gráficamente (ver figura). La forma de la gráfica permite determinar el tipo de relación que existe entre las magnitudes relacionadas. En nuestro ejemplo los puntos están razonablemente alineados, lo que indica que la gráfica es una recta. La recta que representa mejor la relación es aquella que se ajusta más a los puntos obtenidos, como se aprecia en la figura[5].

Como y representa a la fuerza y x al alargamiento del muelle, si designamos por k la constante de proporcionalidad (esto es, m), la relación entre ambas magnitudes es $F = kL$, donde k recibe el nombre de *constante elástica* del muelle. Su valor (obtenido de la gráfica) es en nuestro caso k = 0,4 *N/cm* y su significado queda claro si hacemos $L = 1\ cm$ en la ecuación; entonces,

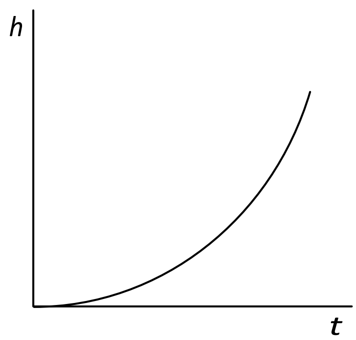
$$F = k\ N/cm \times 1\ cm = k = 0{,}4N$$

por lo que expresa la fuerza que ejerce el muelle cuando se alarga una unidad de longitud (en este caso 1 *cm*).

Se puede pensar que para calcular k es suficiente con dividir los valores de F entre los correspondientes de L y obtener finalmente la media de las cantidades obtenidas. Se puede, en efecto, proceder de este modo; sin embargo, la razón de hacerlo gráficamente es que, así, el valor hallado es el mejor posible.
Como veremos más adelante, toda medida va acompañada de un error. Por lo tanto, no es posible conocer el valor exacto de una magnitud ni el de una constante que relaciona magnitudes.

Muchas veces ocurre que la gráfica es una curva, por lo que la relación no es de proporcionalidad directa. En estos casos lo primero es determinar qué tipo de curva es y, a continuación, representar una de las magnitudes frente al inverso, el cuadrado, el cubo ..., de la otra con el propósito de obtener una recta. Una vez logrado esto, se procede como en el caso anterior.

Un ejemplo nos permitirá entender el proceso. Supongamos que queremos conocer la relación entre la altura h y el tiempo t en un experimento de caída libre de un cuerpo. Para ello dejamos caer un objeto desde distintas alturas y medimos los tiempos que le lleva llegar al suelo. Seguidamente representamos gráficamente h frente a t y vemos que la gráfica obtenida se parece a una rama de parábola que pasa por el origen (ver figura). Como la ecuación de la misma es $y = cx^2$, donde c es una constante, y representa a h y x representa a t; la ecuación buscada podría ser la siguiente, $h = ct^2$. Para comprobar si estamos en lo cierto hacemos $u = t^2$, con lo que queda, $h = cu$ que es la ecuación de la recta que pasa por el origen. Si al representar h frente a u (esto es, frente a t^2) obtenemos una recta, entonces $h = ct^2$ es realmente la ecuación correcta. Para determinar el mejor valor posible de la constante c se procede, en la gráfica de la recta, como en el caso del muelle.



8. Instrumentos de medida

La obtención de datos experimentales es una tarea fundamental para el científico. Sin embargo, *es imposible conocer el valor exacto de una magnitud*, pues tanto los aparatos de medida como los sentidos del observador (que tiene que recoger la información) tienen un límite de sensibilidad. Por eso, en Ciencias experimentales

[5]La ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas (que es nuestro caso) es $y = mx$, donde m es la pendiente de la misma. En la ecuación de la recta x e y se relacionan por una constante (m), lo que significa que son directamente proporcionales. El valor de m se calcula sobre la gráfica, dividiendo la coordenada y de un punto de la misma entre la coordenada x.

se habla de valores más probables de una magnitud y no de valores exactos.

Las medidas de magnitudes se encuentran afectadas por tres tipos de errores:

- ***De resolución***. Son debidos a la resolución limitada de los aparatos. Aunque son inevitables, cada vez se fabrican aparatos de medida más perfectos y que minimizan la intervención humana en la medida.
- ***Sistemáticos***. Aparecen cuando se hace un uso inadecuado de los aparatos de medida o cuando éstos no funcionan correctamente. En este tipo se incluyen los *errores de paralaje* (debidos a la posición del observador respecto al aparato de medida) y los *errores de puesta a cero* del instrumento, que influyen de forma sistemática en el valor obtenido.
- ***Accidentales***. Frecuentemente, cuando se realiza una misma medida varias veces no se obtiene el mismo valor, sino que hay pequeñas fluctuaciones inevitables. Son los errores accidentales que se atenúan realizando muchas medidas y efectuando con ellas un tratamiento estadístico. Por ejemplo, *el tiempo de respuesta* en la determinación de un intervalo de tiempo introduce un error accidental en el dato tomado.

Cualidades de los instrumentos de medida

Los datos experimentales se obtienen, como ya sabemos, mediante los aparatos de medida. Tres propiedades muy importantes de éstos, que influye decisivamente en los datos obtenidos, son las siguientes:

- ***Fidelidad.*** Un instrumento de medida es fiel cuando se obtienen resultados idénticos al realizar diversas medidas de una misma magnitud en las mismas condiciones.
- ***Precisión o resolución.*** La precisión (a veces denominada también resolución) es la mínima variación de la magnitud medida que detecta el aparato. Por ejemplo, una resolución de 0,1 *mg* en una balanza indica que aprecia la cuarta cifra decimal de una masa expresada en gramos.
- ***Exactitud.*** Un aparato de medida fiel es también exacto cuando la medida de la magnitud da el valor real de la misma.
  Si, como se ha dicho antes, no es posible conocer el valor exacto de una magnitud, ¿cómo puede haber instrumentos de medida exactos? Para entender esto veamos el siguiente ejemplo: supongamos que, mágicamente, sabemos que la masa exacta de un cuerpo es 4,45234 *g*. Si la medimos con una balanza cuya resolución es de 0,01 *g*, el instrumento es exacto si el valor que da es de 4,45 *g*; en caso contrario es inexacto.

La calidad de un aparato de medida viene determinada por su fidelidad, resolución y exactitud. Un aparato de medida puede ser preciso y poco exacto.

9. Datos experimentales y errores

Se define el ***error absoluto*** *de una medida como la diferencia entre el valor obtenido y el valor real. Si la medida de la magnitud es* x, *el error absoluto es* Δx.

Como no es posible conocer el valor real de una magnitud, tampoco podemos obtener el error absoluto de una medida. Lo que sí podemos conocer es la ***cota máxima del error***, que se toma como el error absoluto de la medida.

Si partimos de la base de que los instrumentos de medida utilizados son fieles y exactos y de que no se cometen errores sistemáticos, se pueden presentar dos casos en la toma de datos experimentales:

- **Que al efectuar varias medidas de la magnitud se obtenga siempre el mismo resultado.** Esto significa simplemente que los errores accidentales son menores que el error de resolución del aparato de medida.
  En este caso *se toma como valor de la magnitud el hallado con el instrumento de medida y como error absoluto la resolución del mismo*. Por ejemplo, supongamos que se mide el tiempo de duración de un suceso con un reloj que aprecia décimas de segundo y se obtiene el valor de 24,3 *s*. El error absoluto es Δt = 0,1 *s* y la expresión de la medida,
  $$t \pm \Delta t = 24{,}3 \pm 0{,}1\ s$$
  lo que significa que la el valor de la magnitud está comprendido entre los 24,2 s y los 24,4 s.
- **Que al efectuar varias medidas de la magnitud se obtengan resultados distintos.** Esto significa que los errores accidentales son mayores que el error de resolución del aparato de medida. Por ejemplo, si varias personas miden, con un cronómetro que aprecia centésimas de segundo, el tiempo que le lleva a un cuerpo caer desde una altura de 1 *m*, la mayoría de los resultados serán distintos debido a los diferentes tiempos de respuesta de cada persona.
  Supongamos que disponemos de un conjunto de N medidas de la magnitud a determinar $\{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$, el valor más probable, *que es el que se toma como valor de la magnitud*, es la media aritmética; esto es,
  $$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots}{N} = \frac{\sum_i x_i}{N}$$
  La desviación de cada medida con la media $\overline{x}$ $(x_i - \overline{x})$ es el error absoluto de cada medida. El error absoluto de la media aritmética viene dado por la fórmula de Gauss,
  $$\Delta\overline{x} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{N(N-1)}}$$
  En el caso de que el error así hallado fuese menor que la resolución del instrumento, se elige ésta como error absoluto, pues no tendría sentido mejorar la resolución del instrumento a base de repetir medidas.

Para evaluar la calidad de una medida se distribuye el error absoluto entre toda la cantidad a medir; a este reparto se le llama error relativo, $e_r(x)$. Cuanto menor sea este, más calidad tiene la medida.

Se define el ***error relativo*** *de una medida como el cociente entre el error absoluto y el valor de la misma*; esto es, $e_r(x) = \Delta x / x$

10. Cifras significativas y redondeos

Las ***cifras significativas*** *de una medida experimental son todos los dígitos que se conocen no afectados de error (cifras exactas) más una última cifra incierta que debe estimarse (esto es, que está entre dos límites)*. Por ejemplo, si con una balanza que aprecia décimas de gramo, obtenemos una medida de 34,6 *g*, el número de cifras significativas es de 3. De ellas, las dos primeras son exactas y la tercera es incierta porque la medida está comprendida entre los 34,5 y los 34,7 *g*.

Las reglas para determinar el número de cifras significativas (CS) son:

1. Todos los dígitos distintos de cero y los ceros que aparecen entre dos dígitos son siempre significativos. Ejemplo, 6,2 tiene dos CS y 103 tiene 3.
2. Los ceros que aparecen al principio de un número nunca son significativos. Los que aparecen al final son significativos si van detrás de la coma decimal; en caso contrario, pueden serlo o no. Ejemplo, 0,056 tiene dos CS, 37,00 tiene cuatro y 140 puede tener dos o tres.

Cuando se opera con los datos experimentales aparecen frecuentemente, como resultado de las operaciones, números con más dígitos que los correspondientes a las cifras significativas de los datos. Entonces tenemos que redondear los resultados con las siguientes reglas:

1. Si el primer dígito no significativo es <5, el último número conservado se deja invariante. Ejemplo, el redondeo a tres CS de 28,32 es 28,3.
2. Si el primer dígito no significativo es >5, ó 5 seguido de números distintos de cero, se añade 1 al último número conservado. Ejemplo, el redondeo a tres CS de 37,26 es 37,3 y el redondeo a 2 CS de 4,350018 es 4,4.
3. Si el primer dígito no significativo es 5 seguido de ceros, se añade 1 al último dígito conservado si éste es impar y se deja igual si es par. Ejemplo, el redondeo a tres CS de 91,350 es 91,4 y el de 91,450 es también 91,4.
4. Las cifras no significativas a la izquierda de la coma decimal se sustituyen por ceros. Ejemplo, el redondeo a dos CS de 4523 es 4500.
5. El resultado de una suma o una resta no puede tener más dígitos a la derecha de la coma decimal que los que tenga la medida con menor número de decimales. Ejemplo, 65,12 *g* + 234,4 *g* + 0,234 *g* = 299,754 *g*, que redondeamos a 299,8 *g*, pues uno de los sumandos tiene un decimal.
6. El resultado de una multiplicación o una división no debe superar en número de cifras significativas al dato experimental con menos cifras significativas. Ejemplo, $23{,}45\,m \cdot 2{,}0456\,m = 47{,}96932\,m^2$, que redondeamos a 47,97 m^2, pues uno de los factores tiene cuatro CS.

También hay que tener en cuenta que:

- El error absoluto y el relativo se expresan con una sola cifra significativa.
- El error relativo se expresa, a veces, en tanto por ciento.
- El número de cifras significativas del valor experimental de una magnitud tiene que ser coherente con su error; o sea, la última cifra significativa en el valor de una magnitud y su error absoluto (dados en las mismas unidades) han corresponder al mismo orden de magnitud (unidades, décimas, centésimas,...)