TEOREMA DEL BINOMIO DE NEWTON

El **teorema estándar del binomio** proporciona el resultado de la potencia de una suma; esto es, de $(x+y)^n$, donde n es un número natural. El teorema establece que,

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} k + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} x y^{n-1} + \binom{n}{n} y^n$$

donde
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Por ejemplo, para $n=3$ tenemos,

$$(x+y)^3 = \binom{3}{0} x^3 + \binom{3}{1} x^2 y + \binom{3}{2} x y^2 + \binom{3}{3} y^3 = x^3 + 3x^2 y + 3xy^2 + y^3$$

Para las potencias de una diferencia, basta con tomar $-y$ en lugar de y. Así por ejemplo,

$$(x-y)^2 = [x+(-y)]^2 = \binom{2}{0} x^2 + \binom{2}{1} x(-y) + \binom{2}{2} (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Newton **generalizó el teorema del binomio** para otro tipo de exponentes n (números racionales y reales no necesariamente positivos); en estos casos el número de términos de la suma que da la solución es infinito. El desarrollo del binomio es,

$$(x+y)^n = x^n + nx^{n-1} y + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^{n-3} y^3 + \cdots$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-p+1)}{p!} x^{n-p} y^p + \cdots$$

Un desarrollo binomial que aparece muchas veces en física general se da cuando $x=1$,

$$(1+y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{2!} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} y^3 + \cdots$$