1.- Hallad los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^3-x^2+x-1}$ b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{9-x^2}{2-\sqrt{x^2-5}}$ c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(3x-\sqrt{x^2+7}\right)$ e) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+5x+6}$ f) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2-1}-\sqrt{4x^2-5x}\right)$

g) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^3+1}{x^2+1}\right)^{\frac{2}{x-1}}$ h) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2x+3}{3-x}\right)^{\frac{-2}{x}}$ i) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x}{1-\sqrt{x^2+5}}$

2.- Estudiar la continuidad y estudiar qué clase de discontinuidad presenta las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x-1}{x} & x<1\\ 3x^2-2x+1 & 1\le x\le 5\\ \dfrac{\sqrt{x+4}}{x+5} & x>5\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2x} & x<0\\ x+1 & 0\le x\le 2\\ 5-x & x>2\end{cases}$

3.- Hallar el valor de los parámetros para que las siguientes funciones sean continuas:

a) $f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{si } x\le 2\\ 3-ax^2 & \text{si } x>2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+1 & \text{si } x<0\\ ax+b & \text{si } 0\le x<1\\ 2 & \text{si } x\ge 1\end{cases}$

4.- Hallar las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-9}$ b) $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2-2}$

Dibujar la posición de la gráfica de la función respecto de las asíntotas y si es posible un esbozo de la función.

Material elaborado para el trabajo en clase

5.- Dibujar para cada caso una función que cumpla las siguientes condiciones:

a) $\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 3$

$\lim_{x\to -3} f(x) = 4$

b) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2$

Problemas

1.- Se sabe que el precio de un artículo "P" a través del tiempo "t" (en meses) está dado por la función: $P(t) = \dfrac{at+b}{t+b}$, si se sabe que el precio de este artículo el próximo mes será de 6,50€, y el siguiente mes será de 6,00€. Se desea saber:

a) El precio del artículo para este mes.
b) En qué mes el precio será de 5,50€.
c) ¿Qué ocurre con el precio a largo plazo?

2.- La cantidad de una droga en la corriente sanguínea t horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función $f(t) = \dfrac{10t}{t^2+1}$. Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

3.- En un experimento biológico, la población y(x) de una colonia de bacterias (en millones) después de x días está dada por: $y(x) = \dfrac{4}{2+8e^{-2x}}$

a) ¿Cuál es la población inicial de la colonia?

b) Resolviendo $\lim_{x\to\infty} y(x)$, se obtiene información acerca de si la población crece indefinidamente o tiende a estabilizarse en algún valor fijo. Determine cuál de estas situaciones ocurre.

4.- La Federación de caza de cierto estado introduce 50 ciervos en una determinada región. Se cree que el número de ciervos crecerá siguiendo el modelo: $N(t) = \frac{10(5+3t)}{1+0,04t}$, donde t es el tiempo en años.

Material elaborado para el trabajo en clase

a) Calcular el número de animales que habrá después de 5 y 10 años.

b) ¿A qué valor tenderá la población cuando t tiende a infinito?

5.- Una empresa ha establecido para sus empleados un incentivo (en cientos de euros) en relación con el valor x (en cientos de euros) de lo vendido por cada uno. Dicho incentivo cumple la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} 0{,}01x & \text{si } 0\le x\le 100 \\ \dfrac{30x}{2x+2300} & x>100 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de f(x). Indica si el incentivo recibido por un empleado es sensiblemente distinto si el valor de ventas es ligeramente superior o inferior a 10.000€

6.-Un equipo de investigación ha estimado que el tiempo (T, en minutos) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento de los deportistas (x, en días), es:

$$T(x)=\begin{cases} \dfrac{300}{x+30} & \text{si } 0\le x\le 30 \\ \dfrac{1125}{(x-5)(x-15)}+2 & x>30 \end{cases}$$

a) Justifica que la función T es continua en todo su dominio.

b) Por mucho que se entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 1 minuto? ¿Y en menos de 2?

Material elaborado para el trabajo en clase