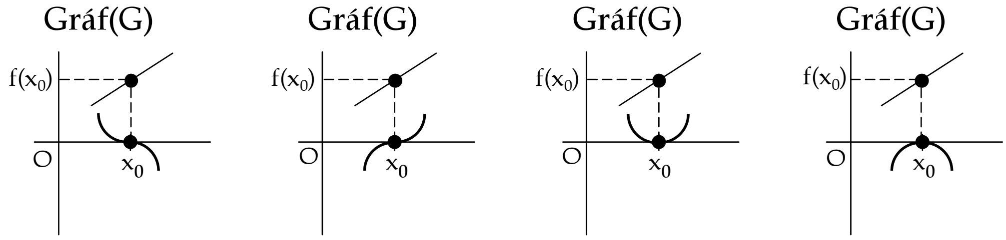
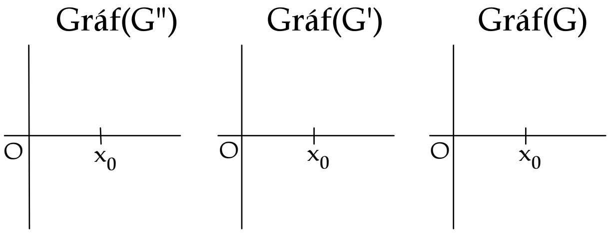
Estudio de la concavidad, la convexidad y los puntos de inflexión

EJERCICIO 1: Dada la gráfica de la función $G(x)=f(x)-f(x_0)-f'(x_0)(x-x_0)$, dibuja[1] la de f e indica su *comportamiento* en x_0 (si es cóncava, convexa o tiene un p. de i.) en los siguientes casos:

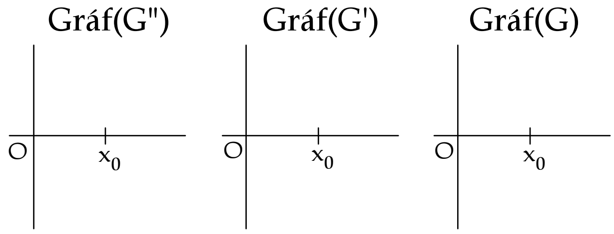


EJERCICIO 2: Con la información que se proporciona y mediante el estudio de la función[2] G deduce en los siguientes casos el *comportamiento* de f en x_0:

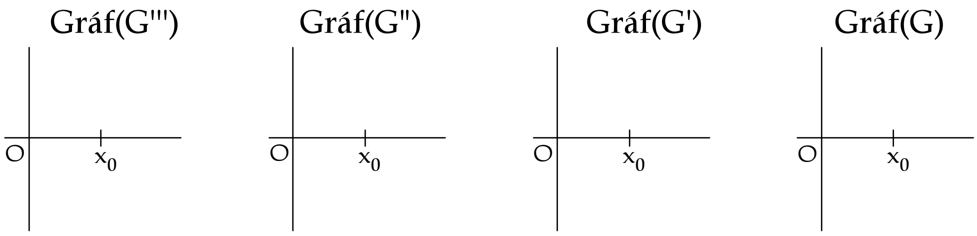
1º) Si $f''(x_0)>0$:



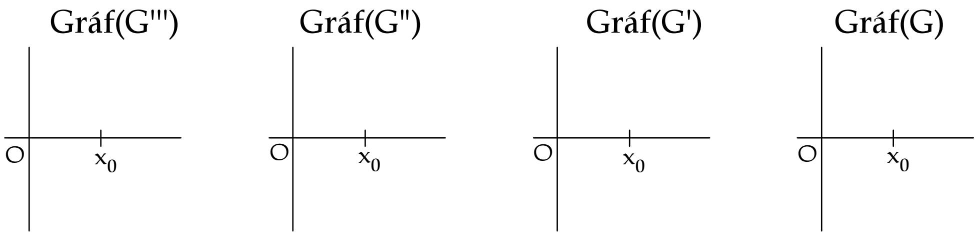
2º) Si $f''(x_0)<0$:



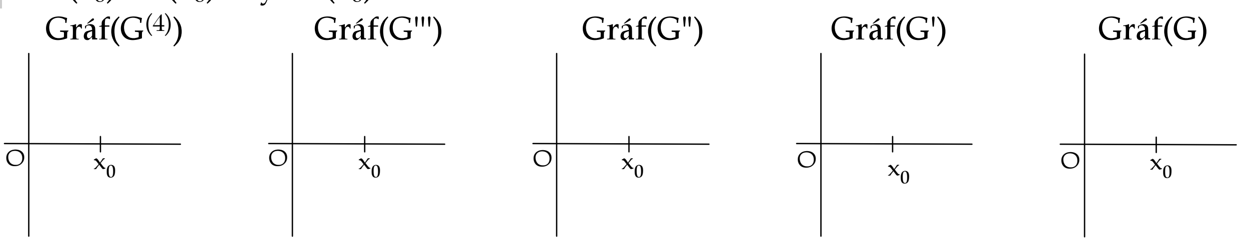
3º) Si $f''(x_0)=0$ y $f'''(x_0)>0$:



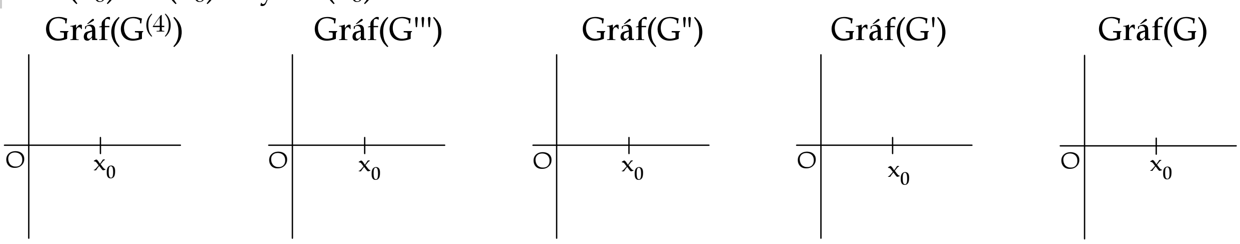
4º) Si $f''(x_0)=0$ y $f'''(x_0)<0$:



5º) Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=0$ y $f^{(4)}(x_0)>0$:



6º) Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=0$ y $f^{(4)}(x_0)<0$:

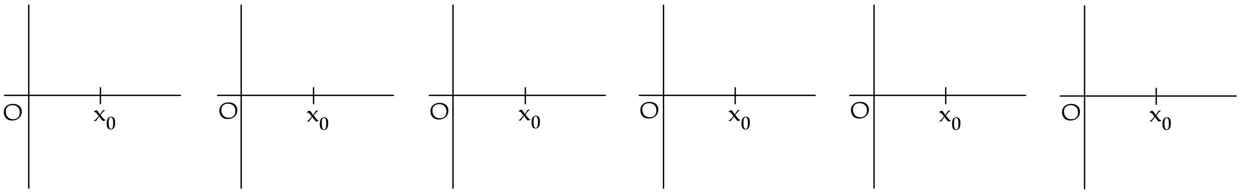


[1] La recta que aparece dibujada es la tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x_0. Recuerda que su ecuación es: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$. Y que, por tanto, para cada valor de x, la y de G es igual a la y de f menos la y de la recta tangente.

[2] Observa que $G(x_0)=G'(x_0)=0$, $G''(x)=f''(x)$, $G'''(x)=f'''(x)$, etc. Por tanto, señala primero gráficamente lo que en cada caso conozcas de la función G y sus derivadas. Después, recordando el significado geométrico de la derivada de una función en un punto, deduce el comportamiento de G en x_0; y, puesto que es el mismo por lo visto en el ejercicio 1, el de f.

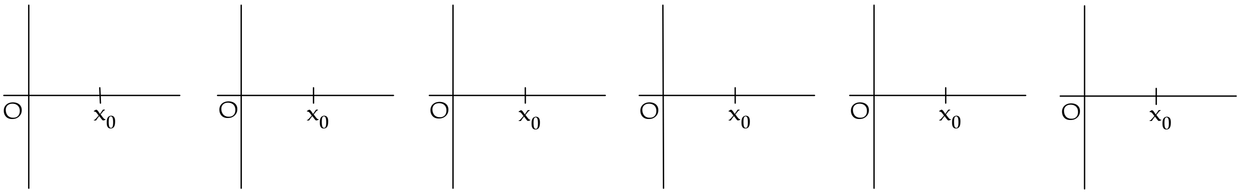
7º) Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=f^{(4)}(x_0)=0$ y $f^{(5)}(x_0)>0$:

Gráf($G^{(5)}$) Gráf($G^{(4)}$) Gráf(G''') Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



8º) Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=f^{(4)}(x_0)=0$ y $f^{(5)}(x_0)<0$:

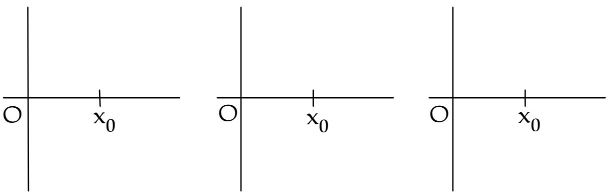
Gráf($G^{(5)}$) Gráf($G^{(4)}$) Gráf(G''') Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



* * *

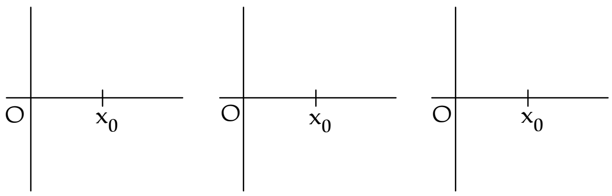
9º) Si f' es continua[3] en x_0 y f'' es positiva a izquierda y derecha de x_0:

Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



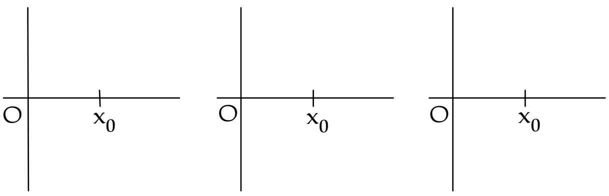
10º) Si f' es continua[3] en x_0 y f'' es negativa a a izquierda y derecha de x_0:

Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



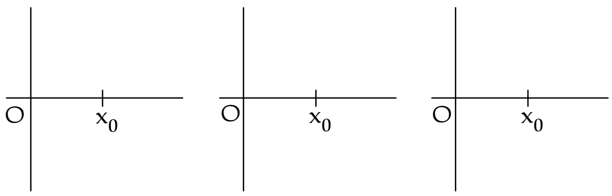
11º) Si f' es continua[3] en x_0 y f'' es positiva a la izquierda y negativa a la derecha de x_0:

Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



12º) Si f' es continua[3] en x_0 y f'' es negativa a la izquierda y positiva a la derecha de x_0:

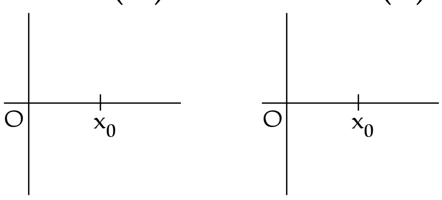
Gráf(G'') Gráf(G') Gráf(G)



* * *

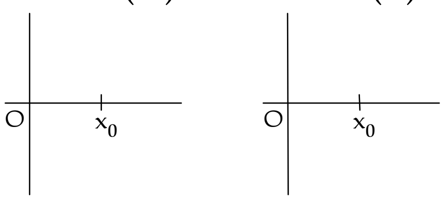
13º) Si f' es creciente[3] en x_0:

Gráf(G') Gráf(G)



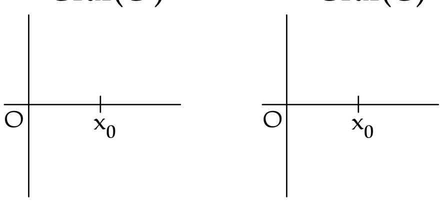
14º) Si f' es decreciente[3] en x_0:

Gráf(G') Gráf(G)



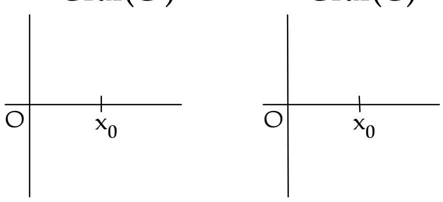
15º) Si f' tiene un mínimo relativo[3] en x_0:

Gráf(G') Gráf(G)



16º) Si f' tiene un máximo relativo[3] en x_0:

Gráf(G') Gráf(G)



[3] La función G' también, pues es una traslación vertical de f' ya que $G'(x)=f'(x)-f'(x_0)$.